

## DANH SÁCH BÁO CÁO

1. **Đặng Quang Á, Nguyễn Thành Hường**  
*Phương pháp lắp giải một số bài toán biên phi tuyến đối với phương trình vi phân thường cấp bốn.....* **15**
2. **Dương Thị Việt An, Nguyễn Đông Yên**  
*Tính ổn định vi phân của bài toán quy hoạch lồi với ràng buộc bao hàm thực.....* **16**
3. **Nguyễn Thái An**  
*A smoothing algorithm for the smallest intersecting ball problem.....* **17**
4. **Phan Thành An**  
*Some fundamental problems in Computational Geometry.....* **18**
5. **Lam Quoc Anh, Phan Quoc Khanh and Đinh Ngọc Quy**  
*More kinds of semicontinuity of set-valued maps and stability of quasivariational inclusions.....* **19**
6. **Nguyễn Thị Quynh Anh and Nguyễn Xuân Tân**  
*On the existence of solutions to mixed Pareto quasivariational inclusion problems.....* **20**
7. **Phạm Ngọc Anh, J. K. Kim and J. M. Nam**  
*Strong convergence of an extended extragradient method for equilibrium problems and fixed point problems.....* **21**
8. **Phạm Ngọc Anh, J. K. Kim and Nguyễn Đức Hiển**  
*A cutting hyperplane method for solving pseudomonotone nonlipschitzian equilibrium problems.....* **22**
9. **Phạm Ngọc Anh and Đỗ Duy Thành**  
*A new iterative scheme with nonexpansive mappings for equilibrium problems.....* **23**
10. **Nguyễn Buong, Nguyễn Thị Thu Thủy and Phạm Thành Hiếu**  
*A new iterative methods for variational inequalities over the common fixed points of nonexpansive semigroups in Banach spaces.....* **24**

11. **Thai Doan Chuong and Do Sang Kim**  
*Uniformly sequentially regular functions in nonsmooth semi-infinite vector optimization.....* **25**
12. **Bùi Thị Cúc, Lê Hoàng Sơn**  
*Mô hình tương tác hiệu chỉnh không gian trong phân cụm dữ liệu địa lý.....* **26**
13. **Stephan Dempe, Nguyen Dinh and Joydeep Dutta** **27**  
*Optimality conditions for a simple MPEC problem.....*
14. **Hoang Nam Dung and Nguyen Kieu Linh** **28**  
*Quicker than Quickhull.....*
15. **Nguyen Dinh Dung and Nguyen Buong**  
*A quasi-residual principle in regularization for a common solution of a finite system of ill-posed equations involving Lipschitz continuous and accretive mappings.....* **29**
16. **Nguyen Quang Huy** **30**  
*Duality in vector optimization via augmented Lagrangian.....*
17. **Vũ Thị Thu Huyền**  
*Thuật toán tựa đơn hình giải bài toán quy hoạch tuyến tính có hàm mục tiêu mờ.....* **31**
18. **Phan Quoc Khanh**  
*On stability of parametric lexicographic equilibrium and sequential equilibrium problems.....* **32**
19. **Nguyen Thị Bach Kim, Đỗ Xuan Hung and Tran Ngoc Thang**  
*An outcome space outer approximation algorithm for minimizing the product of linear functions over convex set.....* **33**
20. **Chu Bình Minh, Hà Bình Minh**  
*Một số kết quả mới về phương pháp rút gọn cân bằng cho hệ động lực rời rạc.....* **34**

21. <b><u>Hà Bình Minh</u></b>	<i>Cải tiến các đánh giá sai số cho các phương pháp rút gọn cân bằng.....</i>	<b>35</b>
22. <b><u>Nguyễn Đình Nhật, Phạm Huy Thông, Lê Hoàng Sơn</u></b>	<i>Bài toán lập kế hoạch mạng WiMAX trên địa hình 3D – GIS.....</i>	<b>36</b>
23. <b><u>Hoàng Xuân Phú, Đặng Thị Oanh</u></b>	<i>Làm mịn thích nghi và khuôn điểm RBF cho phương pháp RBF-FD giải phương trình Poisson.....</i>	<b>37</b>
24. <b><u>Huỳnh Thế Phùng</u></b>	<i>Sự tồn tại nghiệm và tính liên tục của ánh xạ nghiệm trong bài toán bù tuyến tính .....</i>	<b>38</b>
25. <b><u>Nguyễn Khoa Sơn</u></b>	<i>Phân tích tính vững của các hệ động lực không chắc chắn.....</i>	<b>39</b>
26. <b><u>Tran Trinh Minh Son</u></b>	<i>On regularity properties of solutions of vector equilibrium problems.....</i>	<b>40</b>
27. <b><u>Phạm Thị Thảo</u></b>	<i>Two new convolutions for the fractional Fourier transform and applications.....</i>	<b>41</b>
28. <b><u>Nguyễn Thị Thu Thủy</u></b>	<i>A new hybrid method for variational inequality and fixed point problems.....</i>	<b>42</b>
29. <b><u>Phan Nhat Tinh and Do Sang Kim</u></b>	<i>Characterizations of convex and quasiconvex vector functions.....</i>	<b>43</b>
30. <b><u>Le Hong Trang, Moritz Diehl and Phan Thanh An</u></b>	<i>Finding Euclidean shortest path visiting the boundaries of convex polygons in 3D using sequential convex programming.....</i>	<b>44</b>
31. <b><u>Nguyễn Minh Tuấn</u></b>	<i>Parameterized Fourier and Hartley integral operators.....</i>	<b>45</b>

## TÓM TẮT BÁO CÁO

## **Phương pháp lặp giải một số bài toán biên phi tuyến đối với phương trình vi phân thường cấp bốn**

**Đặng Quang Á<sup>1</sup>, Nguyễn Thanh Hường<sup>2</sup>**

Nhiều bài toán về dầm trên nền đòn hồi với các loại ràng buộc khác nhau tại hai đầu được mô hình hóa bởi các phương trình vi phân cấp bốn phi tuyến với các điều kiện biên phi tuyến chia hàm và đạo hàm các cấp tới ba. Định tính và phương pháp gần đúng giải một số bài toán loại này trên cơ sở nguyên lý ánh xạ có đã được một số tác giả nghiên cứu gần đây.

Trong báo cáo này chúng tôi đề xuất phương pháp đưa các bài toán phi tuyến cấp bốn trên về dãy các bài toán biên hoặc các bài toán giá trị đầu tuyến tính cấp hai dễ giải. Sự hội tụ của phương pháp được chứng minh trong một số trường hợp. Các thực nghiệm tính toán đã chứng tỏ hiệu quả của phương pháp.

Phương pháp này là sự phát triển tiếp theo của phương pháp lặp giải các bài toán biên tuyến tính cho phương trình kiểu song điều hòa và một vài bài toán biên phi tuyến đơn giản đối với phương trình vi phân thường cấp bốn trong các nghiên cứu trước đây của chúng tôi.

---

<sup>1</sup>Viện Công nghệ thông tin, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

<sup>2</sup>Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên

## **Tính ổn định vi phân của bài toán quy hoạch lồi với ràng buộc bao hàm thức**

**Dương Thị Việt An<sup>1</sup>, Nguyễn Đông Yên<sup>2</sup>**

Bài báo cáo trình bày một số kết quả về tính ổn định vi phân của bài toán quy hoạch lồi với ràng buộc bao hàm thức. Bằng cách sử dụng Định lý Moreau-Rockafellar, chúng tôi thu được các đánh giá chặt cho dưới vi phân và dưới vi phân suy biến của hàm giá trị tối ưu. Điểm xuất phát của nghiên cứu này là bài báo:

B. S. Mordukhovich, N. M. Nam, N. D. Yen, *Subgradients of marginal functions in parametric mathematical programming*, Math. Program., Ser. B, 116 (2009), 369–396.

---

<sup>1</sup> Khoa Toán – Tin, Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên

<sup>2</sup> Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

## A smoothing algorithm for the smallest intersecting ball problem

Nguyen Thai An<sup>1</sup>

The Sylvester smallest enclosing circle problem asks for the smallest circle that encloses a finite number of points in the plane. Efficient algorithms for solving a generalized model of the classical Sylvester problem in which the given points are replaced by given Euclidean balls have been introduced and studied in the literature. In this paper, we present a fast numerical algorithm for solving another generalization of the classical Sylvester problem called the smallest intersecting ball problem which asks for a smallest Euclidean ball that intersects a finite number of convex sets.

---

<sup>1</sup>Trường Cao đẳng Sư phạm Thừa Thiên Huế

## **Some fundamental problems in Computational Geometry**

**Phan Thanh An<sup>1</sup>**

The talk deals with the following fundamental problems in computational geometry and their corresponding algorithms: find the convex hull and the Delaunay tessellation (the Delaunay triangulation in the plane) of a finite set of points, find the shortest path between two points inside a given domain. The relationships between these problems are presented. Optimization methods for solving these problems are proposed.

---

<sup>1</sup> Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

## More kinds of semicontinuity of set-valued maps and stability of quasivariational inclusions

Lam Quoc Anh<sup>1</sup>, Phan Quoc Khanh<sup>2</sup> and Dinh Ngoc Quy<sup>3</sup>

We introduce several new kinds of inferior and superior limits and corresponding kinds of semicontinuity of a set-valued map. Together with the known concepts of semi-continuity, they can be used to have a clearer insight of local behaviors of maps. Then, we investigate all major semicontinuity properties of solution maps to a general quasivariational inclusion. Consequences are derived for several particular problems. Our results are new or generalize/improve recent existing ones in the literature.

**Keywords.** Inferior and superior limits, semicontinuity, solution maps, quasivariational inclusions, quasivariational relation problems.

---

<sup>1,3</sup>Department of Mathematics, Cantho University, Vietnam

<sup>2</sup>Department of Mathematics, International University of Hochiminh City,  
Vietnam

## **On the existence of solutions to mixed Pareto quasivariational inclusion problems**

**Nguyen Thi Quynh Anh<sup>1</sup> and Nguyen Xuan Tan<sup>2</sup>**

We introduce mixed Pareto quasi–variational inclusion problems and show some sufficient conditions on the existence of their solutions. As special cases, we obtain several results for different mixed Pareto quasi-equilibrium problems, mixed Pareto quasi–optimization problems and also system of two upper Pareto quasi-variational inclusion problems etc.

---

<sup>1</sup>Trường Đại học Công nghệ thông tin & truyền thông, Đại học Thái Nguyên  
<sup>2</sup>Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

## Strong Convergence of an Extended Extragradient Method for Equilibrium Problems and Fixed Point Problems

**Pham Ngoc Anh<sup>1</sup>, J. K. Kim<sup>2</sup> and J. M. Nam<sup>3</sup>**

We consider the classical equilibrium problems, shortly EPs, which is to find a point  $x^* \in C$  such that

$$f(x^*, x) \geq 0 \quad \forall x \in C,$$

where  $C$  is a nonempty closed convex subset of a real Hilbert space  $\mathcal{H}$ .

In this paper, we propose a new extended extragradient iteration algorithm for finding a common element of the set of fixed points of a nonexpansive mapping and the set of solutions of equilibrium problems for a monotone and Lipschitz-type continuous mapping.

We show that the iterative sequences generated by this algorithm strongly converge to the common element in  $\mathcal{H}$ .

---

<sup>1</sup>Posts and Telecommunications Institute of Technology, Hanoi, Vietnam

<sup>2,3</sup>Department of Mathematics, Kyungnam University, Masan, Kyungnam, 631-701, Korea

# **A Cutting Hyperplane Method for Solving Pseudomonotone Nonlipschitzian Equilibrium Problems**

**Pham Ngoc Anh<sup>1</sup>, J. K. Kim<sup>2</sup> and Nguyen Duc Hien<sup>3</sup>**

We present a new method for solving equilibrium problems, where the underlying function is continuous and satisfies a pseudomonotone assumption. First, we construct an appropriate hyperplane which separates the current iterative point from the solution set. Then the next iterate is obtained as the projection of the current iterate onto the intersection of the feasible set with the halfspace containing the solution set. We also analyze the global convergence of the method under minimal assumptions.

---

<sup>1</sup>*Department of Scientific Fundamentals, Posts and Telecommunications Institute of Technology, Hanoi, Vietnam*

<sup>2</sup>*Department of Mathematics Education, Kyungnam University, Masan, Kyungnam, 631-701, Korea (jongkyuk@kyungnam.ac.kr)*

<sup>3</sup>*Department of Natural Sciences, Duy Tan University, Danang, Vietnam.  
(duchienvn@yahoo.com)*

## A new iterative scheme with nonexpansive mappings for equilibrium problems

Pham Ngoc Anh<sup>1</sup> and Do Duy Thanh<sup>2</sup>

In this paper, we suggest a new iteration scheme for finding a common of the solution set of monotone, Lipschitz-type continuous equilibrium problems and the set of fixed points of a nonexpansive mapping. The scheme is based on both hybrid method and extragradient-type method. We obtain a strong convergence theorem for the sequences generated by these processes in a real Hilbert space. Based on this result, we also get some new and interesting results. The results in this paper generalize, extend, and improve some well-known results in the literature.

---

<sup>1</sup>*Department of Scientific Fundamentals, Posts and Telecommunications Institute of Technology, Hanoi, Vietnam*

<sup>2</sup>*Hai Phong University, Vietnam*

## **A new iterative methods for variational inequalities over the common fixed points of nonexpansive semigroups in Banach spaces**

**Nguyen Buong<sup>1</sup>, Nguyen Thi Thu Thuy<sup>2</sup> and Pham Thanh Hieu<sup>3</sup>**

Let  $E$  be a uniformly convex Banach space with a uniformly Gâteaux differentiable norm. Denote by  $E^*$  and  $\langle x, x^* \rangle$ , respectively, the dual space of  $E$  and the value of  $x^* \in E^*$  at  $x \in E$ . In this report, we introduce two new explicit iterative methods, for solving the following class of variational inequalities:

$$p_* \in \mathcal{F}: \langle F(p_*), J(p_* - p) \rangle \leq 0, \quad \forall p \in \mathcal{F},$$

where  $\mathcal{F}$  is the set of common fixed points of a nonexpansive semigroup  $\{T(s): s > 0\}$  on  $E$  and  $F: E \rightarrow E$  is a nonlinear mapping and  $J$  is a normalized duality mapping of  $E$ . Strong convergence theorems are proved, based on the condition that  $F$  is a strongly accretive and strictly pseudocontractive mapping.

<sup>1</sup>*Institute of Information Technology, VAST*

<sup>2</sup>*College of Sciences, Thai Nguyen University*

<sup>3</sup>*Faculty of Basic Sciences, University of Agriculture and Forestry, Thai Nguyen University*

## Uniformly sequentially regular functions in nonsmooth semi-infinite vector optimization

Thai Doan Chuong<sup>1</sup> and Do Sang Kim<sup>2</sup>

We establish new verifiable conditions for the feasible set of a nonsmooth semi-infinite vector optimization problem in Banach spaces to have the normal regularity (that is, the coincidence of the Fréchet normal cone and the limiting normal one) at a given point. Also, both the Fréchet normal cone and the Mordukhovich normal one to the considered set are then computed via active constraint multipliers and limiting subdifferentials of the involved constraints. In order to achieve such goals, appropriate classes of nonsmooth functions are selected and exploited. Finally, the obtained results are applied to provide optimality conditions and study sensitivity analysis in semi-infinite vector optimization problems.

**Key Words.** Uniformly sequentially regular function, normal regularity, limiting subdifferential, semi-infinite optimization, sensitivity analysis

---

<sup>1</sup>Department of Mathematics and Applications, Saigon University, 273 An Duong Vuong, Ward 3, District 5, Ho Chi Minh City, Vietnam;  
email: chuongthaidoan@yahoo.com

<sup>2</sup>Department of Applied Mathematics, Pukyong National University, Busan 608-737, Korea; email: dskim@pknu.ac.kr

## **Mô hình tương tác hiệu chỉnh không gian trong phân cụm dữ liệu địa lý**

**Bùi Thị Cúc<sup>1</sup>, Lê Hoàng Sơn<sup>2</sup>**

Bài toán phân tích dân cư là một vấn đề quan trọng trong Hệ thống thông tin địa lý. Nó được ứng dụng rộng rãi cho nhiều lĩnh vực như: hoạch định chính sách, cung cấp các sản phẩm và dịch vụ, vv. Trong báo cáo này, chúng tôi giới thiệu một mô hình tương tác hiệu chỉnh không gian mới và áp dụng cho việc phân cụm dữ liệu địa lý đối với bài toán này.

**Từ khóa:** Phân cụm mờ, phân tích dân cư, hiệu chỉnh địa lý, hệ thống thông tin địa lý, mô hình tương tác không gian.

---

<sup>1,2</sup>Trung tâm tính toán hiệu năng cao, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội

## Optimality Conditions for a Simple MPEC problem

**Stephan Dempe, Nguyen Dinh<sup>1</sup> and Joydeep Dutta**

Consider simple (MPEC) the problem, called (SMPEC),

$$\min f(x), \text{ subject to } x \in S,$$

where  $f$  is a continuous convex function and  $S$  is the solution of the variational inequality  $VI(F, C)$  which involves finding  $x \in C$ , where  $C$  is a closed convex set such that

$$\langle F(x), y - x \rangle \geq 0 \quad \forall y \in C,$$

where  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  is a continuous and a monotone map.

Several approaches to (SMPEC) are considered: reformulation of (SMPEC) as a semi-infinite problem or as an ordinary problem with the use of a gap function, an error bound, or calmness conditions. In each approach, optimality conditions for (SMPEC) are derived under some suitable constraint qualifications (CQs). Sequential optimality conditions are also given in cases no (CQ) is assumed.

---

<sup>1</sup> Department of Mathematics, International University, VNU-HCMC, Linh Trung ward, Thu Duc district, HCM city ([ndinh@hcmiu.edu.vn](mailto:ndinh@hcmiu.edu.vn))

## **Second Order Optimality Conditions with the Envelope-like Effect Using Approximations for Nonsmooth Vector Optimization**

**Hoang Nam Dung<sup>1</sup> and Nguyen Kieu Linh<sup>2</sup>**

In this paper, we present some modifications of Quickhull algorithm finding the convex hull of a finite set. The underlying ideas are to reduce the number of the fundamental operation of the Quickhull algorithm calculating orientation and to decrease the size of input data by preprocessing and separating the original problem into smaller problems. Our numerical experiments show that the modifications speed up the computation time of the original Quickhull algorithm from more than two times to four times.

---

<sup>1</sup>*Vietnam National University, 334 Nguyen Trai, Thanh Xuan, Hanoi, Vietnam,  
email: hoangnamdung@hus.edu.vn*

<sup>2</sup>*Thai Nguyen University, Thai Nguyen, Vietnam,  
email: nguyenkieulinhk4@gmail.com*

## A quasi-residual principle in regularization for a common solution of a finite system of ill-posed equations involving Lipschitz continuous and accretive mappings

**Nguyen Dinh Dung**<sup>1</sup> and **Nguyen Buong**<sup>2</sup>

In this report, we present a new principle, named quasi-residual principle, to select the value of a regularization parameter in the Browder-Tikhonov regularization method, for finding a common solution of a system of ill-posed equations involving Lipschitz continuous and accretive mappings in reflexive Banach spaces. An estimate for the convergence rates of the regularized solution is also established.

---

<sup>1</sup>*Institute of Information Technology, VAST*

<sup>2</sup>*Thai Nguyen University*

## **Duality in Vector Optimization via Augmented Lagrangian\***

**Nguyen Quang Huy<sup>1</sup>**

This talk is devoted to developing augmented Lagrangian duality theory in vector optimization. By using the concepts of the supremum and infimum of a set and conjugate duality of a set-valued map on the basis of weak efficiency, we establish the interchange rules for a set-valued map, and propose an augmented Lagrangian function for a vector optimization problem with set-valued data. Under this augmented Lagrangian, weak and strong duality results are given. Then we derive sufficient conditions for penalty representations of the primal problem. The obtained results extend the corresponding theorems existing in scalar optimization.

**Key Words.** Vector optimization, augmented Lagrangian duality, penalty representation,  $\mathbb{R}_+^m$  – lower semicontinuity,  $\mathbb{R}_+^m$  – lower Lipschitz.

---

\* This talk is based on the joint work: N. Q. Huy, D. S. Kim, *Duality in Vector Optimization via Augmented Lagrangian*, J. Math. Anal. Appl., Vol. 386 (2012), pp. 473–486.

---

<sup>1</sup>*Hanoi Pedagogical University No.2*

## **Thuật toán tựa đơn hình giải bài toán quy hoạch tuyến tính có hàm mục tiêu mờ**

**Vũ Thị Thu Huyền<sup>1</sup>**

Báo cáo đề cập đến mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính có hệ số của hàm mục tiêu được biểu diễn bằng những giá trị không chắc chắn như giá trị khoảng hoặc các giá trị được ước lượng trong 3 tình huống tốt nhất (MO), xấu nhất (MP) và bình thường (ML). Bằng cách chuyển các giá trị này về số mờ tam giác và xây dựng quan hệ so sánh giữa các số mờ tam giác, bài toán trên được giải quyết bằng thuật toán tựa đơn hình.

---

<sup>1</sup>Trường Đại học Kinh tế Kỹ thuật Công nghiệp Nam Định

## **On stability of parametric lexicographic equilibrium and sequential equilibrium problems**

**Phan Quoc Khanh<sup>1</sup>**

For single–input–single–output (SISO) stable linear system, the  $H_\infty$ –norm upper bound of system is known as twice of the sum of Hankel singular values. We will show that this bound can be improved. Applications to model reduction are also considered.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, International University of Hochiminh City,  
Vietnam, pqkhanh@hcmiu.edu.vn*

## An Outcome Space Outer Approximation Algorithm for Minimizing the Product of Linear Functions over Convex Set

Nguyen Thi Bach Kim<sup>1</sup>, Do Xuan Hung<sup>2</sup> and Tran Ngoc Thang<sup>3</sup>

We consider the problem of minimizing the product of linear functions over the convex compact set. This is a difficult global optimization problem, even for the case that the feasible set is a polytope. An outcome-space outer approximation algorithm for solving the problems is proposed. Preliminary computational results are reported.

---

<sup>1</sup>*Hanoi University of Science and Technology*

<sup>2</sup>*Institute of Mathematics*

<sup>3</sup>*Hanoi University of Science and Technology*

## **Một số kết quả mới về phương pháp rút gọn cân bằng cho hệ động lực rời rạc**

**Chu Bình Minh<sup>1</sup>, Hà Bình Minh<sup>2</sup>**

Trong báo cáo này, chúng tôi cải tiến phương pháp rút gọn cân bằng cho hệ động lực rời rạc có tính chất đối xứng. Phương pháp mới sẽ cho đánh giá sai số tốt hơn so với các phương pháp trong các bài báo [1] và [2]. Đồng thời, hệ rút gọn theo phương pháp mới vẫn bảo toàn các tính chất cơ bản của hệ ban đầu như tính ổn định, tính điều khiển được, tính quan sát được. Các kết quả của chúng tôi có thể xem như là bản sao của trường hợp liên tục trong bài báo [3]. Các ví dụ số sẽ được chúng tôi sử dụng để minh họa cho phương pháp mới.

### **Tài liệu tham khảo**

- [1] U.M. Al-Saggaf, Gene F. Franklin, *An error bound for a discrete reduced order model of linear multivariable system*, IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-32, No 9, September 1987.
- [2] H. Hinrichsen, and A.J. Pritchard, *An Improved Estimate for Reduce-Order Models of Discrete-Time Systems*, IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 35. No 3, March 1990.
- [3] W.Q. Liu, V. Sreeram, K.L. Teo, *Model reduction for state-space symmetric systems*, Systems Control Lett., 34 (1988), pp. 209–215.

---

<sup>1</sup>Khoa Khoa học cơ bản, Trường Đại học Kinh tế-Kỹ thuật Công nghiệp Nam Định

<sup>2</sup>Viện Toán ứng dụng và Tin học, Đại học Bách khoa Hà Nội

## Cải tiến các đánh giá sai số cho các phương pháp rút gọn cân bằng

**Hà Bình Minh<sup>1</sup>**

Nhiều ứng dụng trong kỹ thuật đòi hỏi phải mô tả hệ thống thực theo các mô hình toán học. Sự gia tăng tính chính xác so với thực tế sẽ dẫn đến những mô hình toán học phức tạp, có số chiều cao. Điều đó đòi hỏi nhiều nỗ lực trong tính toán và mô phỏng. Để giải quyết vấn đề này, những mô hình xấp xỉ, với độ phức tạp thấp hơn, được sử dụng.

Một mặt, mô hình xấp xỉ cho phép thực hiện ít tính toán hơn so với mô hình gốc. Mặt khác, nó phải giống mô hình gốc ở các đặc tính vật lý quan trọng, như tính ổn định, tính tiêu tán năng lượng, tính điều khiển được, tính quan sát được.

Trong các phương pháp rút gọn mô hình được sử dụng, lớp các phương pháp cân bằng cho nhiều ưu điểm hơn cả.

Các phương pháp cân bằng, ngoài việc giữ lại các tính chất cơ bản của mô hình gốc, còn cho đánh giá tiên nghiệm về sai số. Đây là một ưu điểm mà ít các phương pháp rút gọn khác có được.

Chúng tôi sử dụng một kỹ thuật mới nhất để thu được đánh giá về sai số cho các phương pháp rút gọn cân bằng. Các đánh giá này, so với các đánh giá cũ, là tốt hơn. Kỹ thuật mà chúng tôi sử dụng là sự kết hợp các kỹ thuật trong bài báo [1] và [2].

### Tài liệu tham khảo

- [1] R. Ober, *Balanced Parametrization of Classes of Linear Systems*, SIAM J. Control Optim., 29 (1991), pp. 1251-1287.
- [2] W.Q. Liu, V. Sreeram, K.L. Teo, *Model reduction for state-space symmetric systems*, Systems Control Lett., 34 (1998), pp. 209-215.

---

<sup>1</sup>Viện Toán ứng dụng và Tin học, Đại học Bách khoa Hà Nội

## Bài toán lập kế hoạch mạng WiMAX trên địa hình 3D – GIS

**Nguyễn Đình Nhật<sup>1</sup>, Phạm Huy Thông<sup>1</sup>, Lê Hoàng Sơn<sup>3</sup>**

Mạng không dây WiMAX ngày càng đóng vai trò quan trọng trong công nghệ thông tin bởi những ưu việt của nó so với các mạng không dây khác như WiFi hay 3G. Bài toán đặt ra là trên một nền địa hình ba chiều (3D-GIS) đã có, hãy lập kế hoạch phân bố các trạm phát sóng WiMAX để phủ sóng được toàn bộ khu vực sao cho có lợi nhất về kinh tế. Đây là một bài toán đa mục tiêu, có nhiều ràng buộc liên quan đến tham số trong hệ thống thông tin địa lý và các tham số của trạm phát sóng WiMAX. Vậy nên các thuật toán chủ yếu để giải quyết bài toán trên là các thuật toán heuristic. Một số thuật toán lập kế hoạch mạng đã được đề xuất trong đó có nghiên cứu ở đại học Cardiff University, England [1] đã đề xuất một số thuật toán để giải quyết bài toán trên gồm bốn thuật toán Full then Prune (FTP), Build then Prune (BTP), Hill Climb (HC) và Tabu Search (TS). Kết quả của bài báo đã đưa ra thuật toán TS có kết quả tốt nhất nhưng thời gian chạy của thuật toán là khá lâu, còn thuật toán BTP cho thời gian chạy nhanh nhưng kết quả không tốt bằng TS. Trong bài báo [2] Ting Hu và các cộng sự đã đề xuất thuật toán GA. Những bài báo trước đây có nhược điểm là triển khai trên nền 2D. Vì vậy, trong báo cáo này chúng tôi đề xuất thuật toán PSO kết hợp với thuật toán BTP. Tiến hành chạy thực nghiệm trên nền địa hình 3D-GIS với các thuật toán khác nhau như TS, GA để tìm ra thuật toán tốt nhất cho bài toán lập kế hoạch mạng trên nền địa hình 3D - GIS.

**Từ khóa:** 3D – GIS, TS, BTP, FTP, HC, GA.

### Tài liệu tham khảo

- [1] R. K. Taplin, D. M. Ryan, S.M. Allen, S. Hurley and N. J. Thomas (2007) *Algorithms for the Automatic Design of WiMAX networks*. In: Proceeding of the 2007 International Conference on Next Generation Mobile Applications, Services and Technologies. NGMAST '07, Cardiff, England, september 12 – 14, 2007, pp. 322 – 327.
- [2] Ting Hu, Yuanzhu Peter Chen, and Wolfgang Banzhaf (2010) *WiMAX Network Planning Using Adaptive-Population-Size Genetic Algorithm*. Journal of Applications of Evolutionary Computation, 2010, Vol. 6025/2010, pp. 31-40.

---

<sup>1,2,3</sup>Trung tâm tính toán hiệu năng cao, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội

## Làm mịn thích nghi và khuôn điểm RBF cho phương pháp RBF-FD giải phương trình Poisson

Hoàng Xuân Phú<sup>1</sup>, Đặng Thị Oanh<sup>2</sup>

Trong báo cáo này chúng tôi trình bày thuật toán chọn bộ tâm nội suy cho phương pháp không lưới RBF-FD giải phương trình Poisson. Thuật toán được xây dựng với mục đích làm việc tốt trên bộ tâm có độ phân tán mạnh và không có cấu trúc. Trên cơ sở sự thành công của thuật toán chọn tâm, chúng tôi đề xuất thuật toán làm mịn thích nghi. Cả hai thuật toán này đều có cách tiếp cận và chiến lược khác với các thuật toán đã được công bố và thử nghiệm số cho thấy hiệu quả của hai thuật toán mới tốt hơn hẳn.

---

<sup>1</sup>Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

<sup>2</sup>Trường Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Đại học Thái Nguyên

## Sự tồn tại nghiệm và tính liên tục của ánh xạ nghiệm trong bài toán bù tuyến tính

Huỳnh Thế Phùng<sup>1</sup>

Bài toán bù tuyến tính  $LCM(M, q)$ :

Tìm  $x \in \mathbb{R}^n$  thỏa mãn

$$x \geq 0; Mx + q \geq 0; x^T (Mx + q) = 0$$

đóng một vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực khác nhau như vận trù học, lý thuyết trò chơi, các bài toán kinh tế ứng dụng. Tùy thuộc phương pháp tiếp cận mà bài toán này có thể đưa về các dạng tương đương khác nhau

Tìm  $x, z \in \mathbb{R}_+^n$  thỏa mãn:

$$\langle x, z \rangle = 0; \quad q = -Mx + z,$$

hoặc

Tìm  $w \in \mathbb{R}^n$  thỏa mãn:

$$(M + I)w + (M - I)|w| + q = 0,$$

trong đó  $|w| = \{|w_1|; |w_2|; \dots; |w_n|\}$ .

Bài này nhằm giới thiệu một số kết quả cơ bản về sự tồn tại nghiệm-bao gồm đánh giá số nghiệm của bài toán, sự liên tục của ánh xạ nghiệm và một vài thuật toán cải tiến tìm nghiệm của bài toán.

---

<sup>1</sup>Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế

## Phân tích tính vững của các hệ động lực không chắc chắn (Robustness analysis of uncertain systems)

Nguyễn Khoa Sơn<sup>1</sup>

Hệ động lực (HDL) có thể hiểu tổng quát là một thực thể hệ thống mà trạng thái đặc trưng của nó thay đổi theo thời gian, trong đó trạng thái tại mỗi thời điểm được xác định bởi cấu trúc của hệ thống, bởi trạng thái của nó trong quá khứ và tác động bên ngoài lên hệ thống. Phương pháp mô hình hóa toán học là công cụ hữu hiệu để nghiên cứu tính chất của HDL và xây dựng cách tác động lên hệ thống một cách tốt nhất theo các mục tiêu nào đó. Tiếp cận này đã phát triển từ lâu trong toán học, ngay từ thế kỷ 18-19 khi lý thuyết phương trình vi phân ra đời và được áp dụng để mô tả và nghiên cứu các hệ thống cơ học (vd. Lyapunov); đã phát triển hết sức mạnh mẽ trong thế kỷ 20, trở thành một lĩnh vực toán học độc lập- lý thuyết điều khiển và tối ưu hệ thống, với các tên tuổi như Pontryagin, Kalman, Bellman, ...

Bản chất của phương pháp mô hình hóa toán học là sử dụng các phương trình và công thức toán học để biểu diễn cấu trúc, trạng thái của HDL và sự thay đổi của chúng theo thời gian dưới tác động của bên ngoài. Do đó, để mô hình toán học mô tả sát hơn HDL thực tế, cần phải đưa vào mô hình các yếu tố nhiễu và yếu tố bất định. Các hệ thống động lực chứa tham số nhiễu và bất định cấu trúc (gọi chung là hệ động lực không chắc chắn) được nghiên cứu mạnh trong 20-30 năm gần đây. Các tính chất của hệ động lực có khả năng bảo toàn dưới tác động của nhiễu và các yếu tố bất định cấu trúc được gọi có tính vững.

Báo cáo này sẽ giới thiệu một số phương pháp và kết quả tiêu biểu trong những năm gần đây về bài toán phân tích tính vững của các hệ thống không chắc chắn, bao gồm bài toán xây dựng tiêu chuẩn kiểm tra tính ổn định Hurwitz của một họ đa thức và bài toán xây dựng công thức xác định độ đo tính vững ổn định và tính vững điều khiển được của hệ động lực tuyến tính mô tả bởi phương trình vi phân ẩn. Một số hướng nghiên cứu có triển vọng về các bài toán liên quan cũng được nêu ra.

**Key Words:** Hệ không chắc chắn (uncertain systems), tính vững (robustness), điều khiển vững (robust control), đa thức khoảng (interval polynomials), ổn định Hurwitz (Hurwitz stability), bán kính ổn định (stability radius), bán kính điều khiển được (controllability radius).

---

<sup>1</sup>Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

## **On regularity properties of solutions of vector equilibrium problems**

**Tran Trinh Minh Son<sup>1</sup>**

We use scalarization methods to study regularity properties of vector equilibrium problems. We focus on connectedness of approximate solution sets, continuity of approximate solution mappings and Hölder calmness of solution mappings for parametric problems.

---

<sup>1</sup>*Thang Long High School for Gifted Students, 20 Tran Phu, Dalat, Vietnam.  
E-mail: sonttm@gmail.com*

## Two new convolutions for the fractional Fourier transform and applications\*

**Pham Thi Thao<sup>1</sup>**

In this talk, we propose new convolutions which have powerful properties when associated with the fractional Fourier transform here considered. Namely, we will prove the convolution theorems associated with the FRFT, together with their natural algebraic properties such as commutativity, associativity and distributivity. This is here illustrated by considering corresponding classes of convolution equations to which we obtain necessary and sufficient conditions for their solvability, and give their corresponding solutions in explicit form (when the relevant conditions are in force).

\*This work is based on the results joint with N. M. Tuan, P. K. Anh, and Luis Castro.

---

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Hanoi Architectural University

## **A new hybrid method for variational inequality and fixed point problems**

**Nguyen Thi Thu Thuy<sup>1</sup>**

In this paper, we introduce a new iteration method based on the hybrid method in mathematical programming, the descent-like method and the Halpern's iteration method for finding a common element of the solution set for a variational inequality and the set of common fixed points of a countably infinite family of nonexpansive mappings in Hilbert spaces. The result in this paper modifies and improves some well-known results in the literature.

---

<sup>1</sup>*College of Sciences, Thai Nguyen University*

## Characterizations of convex and quasiconvex vector functions

Phan Nhat Tinh<sup>1</sup> and Do Sang Kim<sup>2</sup>

In this talk we characterize convexity and quasiconvexity of radially lower semicontinuous vector functions in locally convex spaces via generalized monotonicity of their generalized directional derivatives. For the finitely dimensional case, convexity as well as quasiconvexity of continuous vector functions are characterized by generalized monotonicity of their pseudo Jacobian. A generalized mean value theorem for vector functions is also given. Our results generalize and sharpen several previous results.

---

<sup>1</sup>Department of Mathematics, Faculty of sciences, University of Hue, Vietnam  
<sup>2</sup>Pukyong National University, Busan, Korea

## **Finding Euclidean shortest path visiting the boundaries of convex polygons in 3D using sequential convex programming**

**Le Hong Trang<sup>1,2</sup>, Moritz Diehl<sup>1</sup> and Phan Thanh An<sup>3</sup>**

Given  $p, q$  in 3D and a finite set of convex polygons in 3D, we find an Euclidean shortest path starting at  $p$  then visiting the boundaries of the convex polygons in a given order and ending at  $q$  (a variation of the facility location problem). The problem is formulated into a nonlinear optimization problem. A local approximate solution of the shortest path is then obtained by using sequential convex programming. Numerical tests are shown and some applications are discussed.

---

<sup>1</sup>*Department of Electrical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven,  
Kasteelpark Arenberg 10 Bus 2446, B-3001 Leuven, Belgium*

<sup>2</sup>*CEMAT, Instituto Superior Tecnico, Universidade Tecnica de Lisboa, A. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal*

<sup>3</sup>*Institute of Mathematics, 18 Hoang Quoc Viet road, 10307, Hanoi, Vietnam*

## Parameterized Fourier and Hartley integral operators

Nguyen Minh Tuan<sup>1</sup>

This talk presents a new integral operator which directly generalizes the Fourier and Hartley integral operators and, at the same time, assumes a certain global and unifying nature upon the use of a certain parameter. We prove its operational properties and discuss several other important concepts from Functional Analysis and Operator Theory related to this operator. Namely, the inversion and extension theorems (also in spaces of generalized functions) are proved, the point spectrum is described, a new convolution is constructed, the solvability of associated operational equations in  $L^2(\mathbb{R}^d)$  and that of convolution equations in  $L^1(\mathbb{R}^d)$  are obtained. The involutory properties of the operator are described (being more general than those already known for the cases of e.g. Fourier, Hilbert, Hartley or Hankel operators), giving rise to several considerations on cyclic groups and Wiener type algebras. Moreover, the applicability of this operator is illustrated in three typical classes of linear partial differential equations. Open problems, conjectures and hints to further research on this integral operator are formulated along the paper.

---

<sup>1</sup>Department of Math., College of Education, Viet Nam National University