

## DANH SÁCH BÁO CÁO

1.	<b><u>Đặng Đình Châu, Lê Văn Nam, Đỗ Thị Ly</u></b>	
	<i>Một vài điều kiện đủ về sự tương đương tiệm cận của hệ động lực tuyến tính bị nhiễu.....</i>	15
2.	<b>Nguyen Huy Chieu, Bui Trong Kien and <u>Nguyen Thi Toan</u></b>	
	<i>Further Results on Subgradients of the Value Function to a Parametric Optimal Control Problem.....</i>	16
3.	<b>Bùi Công Cường, <u>Tổng Hoàng Anh</u></b>	
	<i>Một hệ suy diễn mờ neuron trực cảm loại 2.....</i>	17
4.	<b>Phạm Cảnh Dương, <u>Nguyễn Hoàn Vũ</u></b>	
	<i>Nội suy ảnh dựa trên các biểu diễn thưa.....</i>	18
5.	<b><u>Bui Van Dinh</u> and <u>Le Dung Muu</u></b>	
	<i>Algorithms for Bilevel Pseudomonotone Variational Inequality Problems.....</i>	19
6.	<b><u>Dinh Nguyen</u></b>	
	<i>Farkas Lemma and Hahn-Banach Theorem: Extensions and Relations..</i>	20
7.	<b><u>Nguyen Ngoc Hai</u> and <u>Phan Thanh An</u></b>	
	<i>A Generalization of Blaschke's Convergence Theorem in Metric Spaces .....</i>	21
8.	<b><u>Bui The Hung</u></b>	
	<i>On the Existence of Solutions to Pareto Quasivariational Inclusion Problems.....</i>	22
9.	<b><u>Nguyen Thi Thu Huong, Tran Ninh Hoa, Ta Duy Phuong and Nguyen Dong Yen</u></b>	
	<i>A Property of Bicriteria Affine Vector Variational Inequalities.....</i>	23
10.	<b><u>Nguyen Thi Thu Huong, Pham Duy Khanh and Nguyen Dong Yen</u></b>	
	<i>Multivalued Tikhonov Trajectories of General Affine Variational inequalities.....</i>	24
11.	<b><u>Phan Quoc Khanh</u></b>	
	<i>Asymptotic Behavior of Solutions to Stochastic Optimization Problems</i>	25

12.	<b>Phan Quoc Khanh and <u>Nguyen Dinh Tuan</u></b>	
	<i>Second Order Optimality Conditions with the Envelope-like Effect Using Approximations for Nonsmooth Vector Optimization.....</i>	<b>26</b>
13.	<b><u>Bui Trong Kien</u></b>	
	<i>On the Solution Stability of Parametric Variational Inequalities and Optimal Control Problems.....</i>	<b>27</b>
14.	<b><u>Le Minh Luu</u></b>	
	<i>On the Stability of Solution Sets of Quasi-Variational Inequalities and Applications to Traffic Network problems .....</i>	<b>28</b>
15.	<b><u>Nguyễn Văn Mậu</u></b>	<b>29</b>
	<i>Toán tử khả nghịch suy rộng và một số hệ điều khiển liên quan.....</i>	
16.	<b><u>Ha Binh Minh</u></b>	<b>30</b>
	<i>On the <math>H_\infty</math>-norm of Linear System.....</i>	
17.	<b><u>Vũ Anh Mỹ</u></b>	<b>31</b>
	<i>Phần mềm mô phỏng một số thuật toán trên đồ thị.....</i>	
18.	<b><u>Huỳnh Văn Ngãi</u></b>	<b>32</b>
	<i>Chặn sai số toàn cục cho hệ đa thức.....</i>	
19.	<b>Phan Thuan Do, Dominique Rossin and <u>Thi Thu Huong Tran</u></b>	
	<i>Combinatorial Bijections from hatted Avoiding Permutations in <math>S_n(132)</math> to Generalized Dyck and Motzkin paths.....</i>	<b>33</b>
20.	<b><u>Huỳnh Thế Phùng</u></b>	<b>34</b>
	<i>Nón lùi xa của tập lồi không bị chặn.....</i>	
21.	<b>Huỳnh Thế Phùng, <u>Bùi Văn Hiếu</u></b>	<b>35</b>
	<i>Giải một lớp bài toán kinh tế bằng quy hoạch toàn phương.....</i>	
22.	<b><u>Nguyen Hong Quan</u></b>	
	<i>Topological Existence Theorems in Nonlinear Analysis and Applications.....</i>	<b>36</b>
23.	<b>Le Hoang Son and <u>Pham Bien Cuong</u></b>	
	<i>A Parallel Partitioning Algorithm and Application on the Circuit Partitioning Problem.....</i>	<b>37</b>

24.	<b>Le Hoang Son and <u>Hoang Thi Tuan Dung</u></b> <i>A Parallel Algorithm for Constructing Delaunay Triangulation.....</i>	<b>38</b>
25.	<b>Le Hoang Son, <u>Bui Thi Huong Lan</u> and <u>Truong Chi Cuong</u></b> <i>An Improvement of Fuzzy Clustering Method.....</i>	<b>39</b>
26.	<b>Le Hoang Son, <u>Nguyen Duy Linh</u> and <u>Nguyen Tho Thong</u></b> <i>Using MANFIS for the DEM Compression with Retrieval.....</i>	<b>40</b>
27.	<b>Le Hoang Son, <u>Pham Huy Thong</u> and <u>Nguyen Van Bac</u></b> <i>Using Random Forest for the Classification of 3D GIS Terrains.....</i>	<b>41</b>
28.	<b><u>Ta Quang Son</u></b> <i>Characterizing Solution Set of a Nonconvex Programming Problem via its Dual Problems.....</i>	<b>42</b>
29.	<b><u>Nguyen Xuan Tan</u></b> <i>Tiếp cận giải tích trong lý thuyết rẽ nhánh.....</i>	<b>43</b>
30.	<b><u>Mai Van Thuan</u>, <u>Vu Ngoc Phat</u>, <u>T. Fernando</u> and <u>H. Trinh</u></b> <i>Exponential Stabilization of Nonlinear Systems with Interval Time– Varying Delay.....</i>	<b>44</b>
31.	<b><u>Nguyen Thi Thu Thuy</u> and <u>Pham Thanh Hieu</u></b> <i>Strong Convergence of Implicit Iteration Methods for a Class of Variational Inequalities in Banach Spaces.....</i>	<b>45</b>
32.	<b><u>Nguyễn Ngọc Tuấn</u></b> <i>Dạng điều kiện cận của nghiệm phương trình vi phân đại số tuyến tính.....</i>	<b>46</b>

# **TÓM TẮT BÁO CÁO**

## Một vài điều kiện đủ về sự tương đương tiệm cận của hệ động lực tuyến tính bị nhiễu

Đặng Đình Châu<sup>1</sup>, Lê Văn Nam<sup>2</sup>, Đỗ Thị Ly<sup>3</sup>

Việc nghiên cứu dáng điệu tiệm cận nghiệm của các phương trình động lực trên thang thời gian là một trong những bài toán cơ bản của lý thuyết định tính của hệ tiến hóa đang được nhiều người quan tâm.

Trong báo cáo này chúng tôi sẽ trình bày một số kết quả về tính ổn định mũ, song ổn định và sự tương đương tiệm cận của các hệ phương trình vi phân và phương trình sai phân tuyến tính có nhiễu, các kết quả nhận được cũng có thể phát triển cho các phương trình động lực trên thang thời gian.

Trên cơ sở các kết quả nhận được chúng tôi tiếp tục nghiên cứu một vài mô hình ứng dụng tiêu biểu. Phần cuối cùng của báo cáo dành cho việc lập trình để giải hệ phương trình vi phân, hệ phương trình sai phân và minh họa kết quả bằng phần mềm Maple.

---

<sup>1,2,3</sup>*Khoa Toán–Cơ–Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên,  
Đại học Quốc gia Hà Nội*

## **Further Results on Subgradients of the Value Function to a Parametric Optimal Control Problem**

**Nguyen Huy Chieu<sup>1</sup>, Bui Trong Kien<sup>2</sup> and Nguyen Thi Toan<sup>3</sup>**

In this talk, we study the first–order behavior of the value function of a parametric optimal control problem with nonconvex cost functions and control constraints. By establishing an abstract result on the Fréchet subdifferential of the value function of a parametric minimization problem, we derive a formula for computing the Fréchet subdifferential of the value function to a parametric optimal control problem.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, Vinh University, 182 Le Duan, Vinh City, Vietnam. E–mail: nghuychieu@vinhuni.edu.vn*

<sup>2</sup>*Department of Information and Technology, Hanoi National University of Civil Engineering, 55 Giai Phong, Hanoi, Vietnam. E–mail: btkien@gmail.com*

<sup>3</sup>*Department of Mathematics, Vinh University, 182 Le Duan, Vinh City, Vietnam. E–mail: toandhv@gmail.com*

## Một hệ suy diễn mờ neuron trực cảm loại 2

Bùi Công Cường<sup>1</sup>, Tổng Hoàng Anh<sup>2</sup>

Trong những thập niên gần đây tập mờ loại 2 và tập mờ trực cảm là hai khái niệm mới thu hút nhiều nghiên cứu vì sự phong phú của các ứng dụng.

Trong [1] chúng tôi đã định nghĩa khái niệm tập mờ trực cảm loại 2 và bước đầu nghiên cứu một số toán tử trên đó. Đồng thời Bùi Công Cường và Phạm Văn Chiến gần đây trong [2] đã sử dụng một số mô hình hệ suy diễn mờ neuron vào bài toán dự báo.

Trong thông báo này chúng tôi giới thiệu mô hình hệ suy diễn mờ neuron trực cảm loại 2 và một ứng dụng.

### Tài liệu dẫn

[1] Bùi Công Cường, Tổng Hoàng Anh và Bùi Dương Hải, *Some operations on type-2 intuitionistic fuzzy sets*, Hanoi, 2012.

[2] Bui Cong Cuong and Pham Van Chien, *An experiment result based on Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System for stock price prediction*, Jour. Computer Science and Cybernetics, Vol. 27, 2011.

---

<sup>1</sup>Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

<sup>2</sup>Đại học Bách khoa Hà Nội

## **Nội suy ảnh dựa trên các biểu diễn thưa**

**Phạm Cảnh Dương<sup>1</sup>, Nguyễn Hoàn Vũ<sup>2</sup>**

Báo cáo trình bày một thuật toán nội suy ảnh mới (image inpainting) thuộc lớp các thuật toán nội suy ảnh dựa trên thư viện mẫu. Trong thuật toán này, chúng tôi đề xuất một phương án xây dựng thư viện mẫu mới trên phần ảnh còn đủ thông tin và kỹ thuật phân lớp dữ liệu (data clustering). Các vùng ảnh bị mất thông tin được nội suy từng bước nhờ các biểu diễn thưa (sparse representation) của các mẫu ảnh trích từ trong thư viện mẫu đã được xây dựng. Trong mỗi bước của thuật toán, vị trí điểm ảnh cần xử lý được xác định dựa trên thông tin về tensor của ảnh trong lân cận của điểm ảnh đó. Thuật toán có độ ổn định tốt và dễ triển khai.

---

<sup>1</sup>*Trung tâm Tin học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

<sup>2</sup>*Khoa Toán–Cơ–Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên,  
Đại học Quốc gia Hà Nội*



## Algorithms for Bilevel Pseudomonotone Variational Inequality Problems

Bui Van Dinh<sup>1</sup> and Le Dung Muu<sup>2</sup>

We propose algorithms for solving strongly monotone variational inequalities with pseudomonotone variational inequality constraints. These bilevel problems arise in the Tikhonov regularization method for pseudomonotone variational inequalities. Since the solution set of the lower variational inequality is not given explicitly, the available methods of mathematical programming and variational inequality can not be applied directly. With these algorithms we want to give an answer to a question posed in [1].

### Reference

[1] Tam, N. N., Yao, J.-C., Yen, N. D., *Solution methods for pseudomonotone variational inequalities*, J. Optim. Theory Appl. **38**, 253–273 (2008).

---

<sup>1</sup>*Faculty of Information Technology, Military Technical Academy, 100, Hoang Quoc Viet Road, Hanoi*

<sup>2</sup>*Institute of Mathematics, VAST, Hanoi*

## **Farkas Lemma and Hahn–Banach Theorem: Extensions and Relations**

**Nguyen Dinh**<sup>1</sup>

New versions of Farkas lemma are proposed and they are proved to be equivalent to extended versions of celebrated Hahn–Banach theorem. The results are established in two forms: non–asymptotic form (under some constraint qualification) and asymptotic form. Some suggestion for applications of the results are given.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, International University, Vietnam National University, Ho Chi Minh City, Vietnam. E–mail: ndinh@hcmiu.edu.vn*

## A Generalization of Blaschke's Convergence Theorem in Metric Spaces

Nguyen Ngoc Hai<sup>1</sup> and Phan Thanh An<sup>2</sup>

A metric space  $(X, d)$  together with a set-valued mapping  $G: X \times X \rightarrow X$  is said to be a *generalized geodesic space*  $(X, d, G)$  if i)  $G(x, y) \neq \emptyset$  for all  $x, y \in X$  and ii) for any sequences  $x_n \rightarrow x$  and  $y_n \rightarrow y$  in  $X$ ,  $d_H(G(x_n, y_n), G(x, y)) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ , where  $d_H$  is the Hausdorff distance. Normed linear spaces, nonempty convex sets, and proper uniquely geodesic spaces, etc are generalized geodesic spaces for suitable  $G$ .

A subset  $A$  of  $X$  is called  *$G$ -type convex* if  $G(x, y) \subset A$  whenever  $x, y \in A$ .

We prove a generalization of Blaschke's convergence theorem for metric spaces: if  $(X, d, G)$  is a proper generalized geodesic space, then every uniformly bounded sequence of nonempty  $G$ -type convex subsets of  $X$  contains a subsequence which converges to some nonempty compact  $G$ -type convex subset in  $X$ .

---

<sup>1</sup>Department of Mathematics, International University, Vietnam National University, Ho Chi Minh City, Vietnam, Vietnam

<sup>2</sup>Institute of Mathematics, 18 Hoang Quoc Viet Road, 10307 Hanoi, Vietnam

<sup>2</sup>CEMAT, Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais 1049-001 Lisboa, Portugal. E-mail: [thanhan@math.ac.vn](mailto:thanhan@math.ac.vn)

## **On the Existence of Solutions to Pareto Quasivariational Inclusion Problems**

**Bui The Hung**<sup>1</sup>

In this paper, we apply a version of Kakutani's fixed point theorem to study Pareto quasivariational inclusion problems. Some sufficient conditions on the existence of solutions of Pareto quasivariational inclusion problems with multivalued mappings are shown. As special cases, we obtain several results on the existence of solutions to Pareto quasi-equilibrium problems and Pareto quasi-optimization problems.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, Thai Nguyen Pedagogical University, Thai Nguyen, Viet Nam. E-mail: [hungbt.math@gmail.com](mailto:hungbt.math@gmail.com)*

## **A Property of Bicriteria Affine Vector Variational Inequalities**

**Nguyen Thi Thu Huong<sup>1</sup>, Tran Ninh Hoa<sup>2</sup>,  
Ta Duy Phuong<sup>3</sup> and Nguyen Dong Yen<sup>4</sup>**

By a scalarization method, it is proved that both the Pareto solution set and the weak Pareto solution set of an arbitrary bicriteria affine vector variational inequality have finitely many connected components. An explicit upper bound for the numbers of connected components of the Pareto solution set and the weak Pareto solution set is obtained. Consequences of the results for bicriteria quadratic vector optimization problems are discussed in detail.

---

<sup>1</sup>*Faculty of Information Technology, Military Technical Academy, 100, Hoang Quoc Viet Road, Hanoi. E-mail: huong23875@yahoo.com*

<sup>2</sup>*Hanoi–Amsterdam High School, Hanoi, Vietnam.  
E-mail: ninhhoatran@yahoo.com*

<sup>3,4</sup>*Institute of Mathematics, VAST, Hanoi*

## **Multivalued Tikhonov Trajectories of General Affine Variational Inequalities**

**Nguyen Thi Thu Huong<sup>1</sup>, Pham Duy Khanh<sup>2</sup> and Nguyen Dong Yen<sup>3</sup>**

The Tikhonov trajectory of a general, not necessarily monotone, affine variational inequality is analyzed via the basic properties like single-valuedness, finite-valuedness, continuity, and convergence. We study the multivalued trajectory, which is obtained by the Tikhonov regularization method, on the whole parameter interval  $\varepsilon \in (0, +\infty)$ .

---

<sup>1</sup>*Faculty of Information Technology, Military Technical Academy, 100 Hoang Quoc Viet Road, Hanoi*

<sup>2</sup>*Department of Mathematics, University of Pedagogy of Ho Chi Minh City, 280 An Duong Vuong, Ho Chi Minh City, Viet Nam. E-mail: pdkhanh182@gmail.com*

<sup>3</sup>*Institute of Mathematics, VAST, Hanoi*

## Asymptotic Behavior of Solutions to Stochastic Optimization Problems

Phan Quoc Khanh<sup>1</sup>

We consider the asymptotic behavior of infimal values and optimal solutions of a general stochastic optimization problem. This problem setting contains many cases studied in the literature, including particular classes as Bayesian decisions, Monte Carlo simulations, maximum likelihood estimations. Under simple assumptions we establish the epi-convergence of the performance criterion when the approximated probability laws converge weakly. Based on this key convergence, consistency of infimal values and optimal solutions of the approximated problems to those of the stochastic optimization problem under consideration is obtained. Implications for epi/hypo-convergence and consistency of saddle points are also provided.

**Key Words** Weak convergence, epi-convergence, epi/hypo-convergence, tightness, stochastic optimization, consistency, infimal values, optimal solutions, saddle points.

*AMS 2010 Mathematics subject classification:* 90C15, 62F12, 49J45

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, International University, Vietnam National University, Ho Chi Minh City, Vietnam. E-mail: [pqkhanh@hcmiu.edu.vn](mailto:pqkhanh@hcmiu.edu.vn)*

## **Second Order Optimality Conditions with the Envelope-like Effect Using Approximations for Nonsmooth Vector Optimization**

**Phan Quoc Khanh<sup>1</sup> and Nguyen Dinh Tuan<sup>2</sup>**

Second-order necessary conditions and sufficient conditions with the envelope-like effect for optimality in nonsmooth multiobjective mathematical programming are established. We use approximations as generalized derivatives, imposing strict differentiability for necessary conditions and differentiability for sufficient conditions and avoiding continuous differentiability. Convexity conditions are not imposed explicitly. The results improve or include several recent exiting ones. Examples are provided to show advantages of our theorems over some known ones in the literature.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, International University, Vietnam National University, Ho Chi Minh City, Vietnam*

<sup>2</sup>*Department of Mathematics and Statistics, University of Economics of Hochiminh City, 59C Nguyen Dinh Chieu, D.3, Hochiminh City, Vietnam*



## **On the Solution Stability of Parametric Variational Inequalities and Optimal Control Problems**

**Bui Trong Kien**<sup>1</sup>

In this report we summary recent results on the solution stability of generalized equations and optimal control problems as well as some connection between variational inequalities and optimal control problems. We then present some new results on the solution stability of parametric variational inequalities and optimal control problems.

---

<sup>1</sup>*Department of Information and Technology, Hanoi National University of Civil Engineering, 55 Giai Phong, Hanoi, Vietnam. E-mail: btkien@gmail.com*

## **On the Stability of Solution Sets of Quasi-Variational Inequalities and Applications to Traffic Network Problems**

**Le Minh Luu**<sup>1</sup>

This paper studies stability of solution sets of quasi-variational inequalities. We establish relations of solutions to such inequalities and that to a traffic network. Sufficient conditions for existence of equilibrium flow vectors of another traffic networks with arc constraints are considered.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, Dalat University*

## Toán tử khả nghịch suy rộng và một số hệ điều khiển liên quan

Nguyễn Văn Mậu<sup>1</sup>

Lý thuyết điều khiển tối ưu được hình thành từ giữa thế kỷ XX bằng một loạt công trình của các nhà toán học Xô Viết nổi tiếng, đứng đầu là Viện sỹ L. S. Pontriagin với nguyên lý cực đại để tìm điều kiện cần của các quá trình tối ưu. Đến nay, lý thuyết điều khiển tối ưu đã phát triển mạnh mẽ, thu được nhiều kết quả sâu sắc trong lý thuyết cũng như trong ứng dụng. Các nhà nghiên cứu về lý thuyết điều khiển và tối ưu ở nước ta như các Giáo sư Phan Quốc Khánh, Vũ Ngọc Phát, Hoàng Xuân Phú, Phạm Hữu Sách, Nguyễn Khoa Sơn, Hoàng Tụy, Nguyễn Đông Yên,... đã có những đóng góp đáng kể vào sự phát triển của lĩnh vực toán học này.

Lý thuyết đại số các toán tử khả nghịch phải được bắt đầu từ kết quả nghiên cứu của D. Przeworska–Rolewicz, sau đó đã được phát triển bởi nhiều nhà toán học như H. Von Trotha, Z. Binderman, M. Tasche, W. Z. Karwowski,... Lý thuyết này, bằng một ngôn ngữ thống nhất (toán tử khả nghịch phải–right invertible operator) đã tổng quát hóa các phương trình vi phân, tích phân, vi tích phân, phương trình đạo hàm riêng, phương trình sai phân,... thành các phương trình toán tử khả nghịch phải, khả nghịch suy rộng. Việc áp dụng Lý thuyết đại số của các toán tử khả nghịch phải không chỉ cho phép tìm được các điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ về sự tồn tại và duy nhất nghiệm đối với một số lớp phương trình vi–tích phân, sai phân, đạo hàm riêng, mà còn có thể mô tả được nghiệm của phương trình cũng như các bài toán giá trị biên, giá trị ban đầu đối với những lớp phương trình này ở dạng biểu thức đại số tường minh. Theo hướng này, ở nước ta từ cuối những năm 80 của thế kỷ 20 đã có một số nhà nghiên cứu và nhận được một số kết quả đáng kể.

Trên cơ sở của lý thuyết toán tử khả nghịch phải, Nguyễn Đình Quyết đã tiếp cận lý thuyết điều khiển, xét tính điều khiển được của hệ tuyến tính mô tả bởi toán tử khả nghịch phải trong trường hợp toán tử giải khả nghịch. Các kết quả liên quan đến tính điều khiển được của các hệ này đã được tổng quát hóa bởi A. Pogorzelec đối với các trường hợp toán tử giải khả nghịch một phía và bởi Nguyễn Văn Mậu đối với hệ mô tả bởi toán tử khả nghịch suy rộng. Tiếp theo, Hoàng Văn Thi đã nghiên cứu các bài toán giá trị ban đầu, bài toán điều khiển được của các hệ suy biến.

Báo cáo này nhằm tổng quan các kết quả của lý thuyết toán tử khả nghịch một phía, khả nghịch suy rộng để từ đó điếm lại một số kết quả nghiên cứu về bài toán điều khiển được của các hệ mô tả bởi toán tử khả nghịch phải và khả nghịch suy rộng, thực chất là xem xét tính điều khiển được chính xác, nghĩa là điều khiển được từ trạng thái này đến trạng thái khác đối với hệ vô hạn chiều. Gắn với chúng là giới thiệu các bài toán giá trị ban đầu, các bài toán giá trị biên hỗn hợp đối với các hệ mô tả bởi toán tử khả nghịch phải, khả nghịch suy rộng và nghiên cứu tính điều khiển được của các hệ suy biến đó.

---

<sup>1</sup>Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội

## **On the $H_\infty$ -norm of Linear System**

**Ha Binh Minh**<sup>1</sup>

For single-input-single-output (SISO) stable linear system, the  $H_\infty$ -norm upper bound of system is known as twice of the sum of Hankel singular values. We will show that this bound can be improved. Applications to model reduction are also considered.

---

<sup>1</sup>*Viện Toán ứng dụng và Tin học, Đại học Bách khoa Hà Nội*

## **Phần mềm mô phỏng một số thuật toán trên đồ thị**

**Vũ Anh Mỹ<sup>1</sup>**

Một lý thuyết đồ thị là một môn học nhiều hình vẽ. Việc dạy bằng phần bảng trực quan gây mệt mỏi cho người dạy khi phải liên tục vẽ đi vẽ lại. Việc này rất tốn thời gian, nên người dạy không có thời gian giảng sâu vào giải thuật. Phần mềm giảng dạy cho giảng viên phải được xây dựng thỏa mãn các yêu cầu sau:

- a. Chương trình phải có giao diện thân thiện, công cụ vẽ đồ thị phải trực quan, và không tốn quá nhiều thời gian.
- b. Đồ thị có thể lưu trữ và gọi lại khi cần thiết.
- c. Thuật toán phải chính xác, các chế độ mô phỏng phải tiến hành theo từng bước của thuật toán (có thể dừng lại ở từng bước khi cần) nhằm minh họa một cách cụ thể nhất cho giải thuật.
- d. Các thông số trung gian phải được đưa ra sau mỗi bước để so sánh với kết quả chạy thuật toán trên giấy.

Tác giả báo cáo đã xây dựng một phần mềm hoàn chỉnh, có khả năng mô phỏng các bước tiến hành của một số thuật toán kinh điển trong lý thuyết đồ thị, đáp ứng được yêu cầu của việc giảng dạy và học tập môn học này. Phần mềm này có khả năng hỗ trợ giáo viên trong công tác giảng dạy, đồng thời nâng cao chất lượng giờ giảng, tạo điều kiện tối đa cho sinh viên tiếp thu kiến thức một cách trực quan và dễ dàng nhất. Ngoài ra, hòa cùng xu hướng tin học hóa các hoạt động xã hội, việc tin học hóa công tác giảng dạy là một xu hướng tất yếu và việc xây dựng phần mềm hỗ trợ này là một hướng đi thử nghiệm cho xu hướng đó.

---

<sup>1</sup>*Khoa Công nghệ thông tin, Học viện Kỹ thuật Quân sự. 100 Hoàng Quốc Việt, Hà Nội*

## **Chặn sai số toàn cục cho hệ đa thức**

**Huỳnh Văn Ngãi<sup>1</sup>**

Trong báo cáo này, chúng tôi giới thiệu một số kết quả về chặn sai số kiểu Lipschitz và Hölder với số mũ tường minh cho hệ xác định bởi hữu hạn các bất đẳng thức đa thức lồi.

---

<sup>1</sup>*Khoa Toán, Đại học Quy Nhơn. 170 An Dương Vương, Thành phố Quy Nhơn*

## **Combinatorial Bijections from Hatted Avoiding Permutations in $S_n(132)$ to Generalized Dyck and Motzkin Paths**

**Phan Thuan Do<sup>1</sup>, Dominique Rossin<sup>2</sup> and Thi Thu Huong Tran<sup>3</sup>**

We introduce a new concept of permutation avoidance pattern called hatted pattern which is a natural generalization of the barred pattern. We show a large class of hatted patterns such that the number of permutations avoiding one of them grows in factorial function. We prove that Dyck paths with no peak at height  $p$ , Dyck paths with no  $ud\dots du$  and Motzkin paths are counted by hatted pattern avoiding permutations in  $S_n(132)$  by showing explicit bijections. As a result, a new direct bijection between Motzkin paths and permutations in  $S_n(132)$  without two consecutive adjacent numbers is given. These permutations are also represented on the Motzkin generating tree based on the Enumerative Combinatorial Object (ECO) method.

---

<sup>1</sup>*Department of Computer Science, Hanoi University of Science and Technology, Vietnam*

<sup>2</sup>*Laboratoire d'Informatique, École Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex, France*

<sup>3</sup>*Institute of Mathematics, VAST, Hanoi*

## Nón lùì xa của tập lồi không bị chặn

**Huỳnh Thế Phùng<sup>1</sup>**

Như đã biết, mọi không gian định chuẩn hữu hạn chiều  $X$  đều có tính chất:

$(P)$ : Mọi tập lồi, đóng, không bị chặn trong  $X$  đều có vector lùì xa khác 0.

Bằng ví dụ, có thể chỉ ra sự tồn tại của các không gian vô hạn chiều không có tính chất  $(P)$ . Một câu hỏi đặt ra khá tự nhiên rằng: phải chăng mọi không gian vô hạn chiều đều không có tính chất  $(P)$ ? Nói cách khác,  $(P)$  có phải là tính chất đặc trưng của không gian hữu hạn chiều hay không? Trong bài này một phần câu hỏi đó sẽ được trả lời. Cụ thể chúng tôi chứng minh rằng, mọi không gian vô hạn chiều hoặc phản xạ, hoặc có không gian liên hợp khả ly, hoặc bản thân là liên hợp của một không gian khả ly, đều không có tính chất  $(P)$ . Một số kết quả liên quan giữa nón lùì xa và các nón tiếp xúc, nón pháp tuyến của tập lồi cũng được trình bày.

---

<sup>1</sup>Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế



## Giải một lớp bài toán kinh tế bằng quy hoạch toàn phương

Huỳnh Thế Phùng<sup>1</sup>, Bùi Văn Hiếu<sup>2</sup>

Một tổng công ty có  $m$  chi nhánh, kí hiệu bởi các chỉ số  $k$  ( $k \in K = \{1, \dots, m\}$ ). Hoạt động của tổng công ty bao gồm hai mảng chính: **mua vào** các loại vật tư  $i$  khác nhau ( $i \in I = \{1, \dots, n\}$ ); **bán ra** thị trường các sản phẩm  $j$  khác nhau ( $i \in J = \{1, \dots, p\}$ ). Giả sử từ trước đến nay tổng công ty áp dụng phương thức *quản lí phân tán*. Tức là cho phép các chi nhánh hoạt động khá độc lập, lợi nhuận của mỗi chi nhánh phụ thuộc chủ yếu vào khả năng kinh doanh của bản thân nó mà không chịu, hoặc chịu rất ít, ảnh hưởng bởi tình hình kinh doanh của các chi nhánh khác. Nếu kí hiệu  $c_{k,i}$  là số lượng vật tư loại  $i$  mà chi nhánh  $k$  đã mua và  $d_{k,j}$  là số lượng sản phẩm  $j$  mà chi nhánh  $k$  đã bán, thì giá trị lợi nhuận của chi nhánh thứ  $k$  tính theo phương thức quản lí phân tán được biểu diễn bởi hàm  $f_k = f(c_{k,1}, c_{k,2}, \dots, c_{k,n}, d_{k,1}, d_{k,2}, \dots, d_{k,p})$ .

Để có thể tận dụng tối đa ưu điểm của từng chi nhánh, đồng thời có thể quản lí tốt hơn về mặt vĩ mô, giúp đưa ra các quyết sách có tính toàn diện và lâu dài, tổng công ty cần chuyển sang phương thức *quản lí tập trung*. Trong phương thức này, lợi nhuận của các chi nhánh cũng phụ thuộc vào số lượng vật tư mua vào và số lượng sản phẩm bán ra, nhưng theo một công thức chung, phụ thuộc vào các hệ số tỷ lệ mà tổng công ty phải thiết kế. Cụ thể, tổng công ty cần đưa ra các hệ số  $\alpha_i, \beta_j$  với ý nghĩa rằng, các chi nhánh sẽ nhận được một khoản hoa hồng là  $\alpha_i$  (đơn vị tiền tệ) cho mỗi đơn vị vật tư loại  $i$  mua được, và  $\beta_j$  cho mỗi đơn vị sản phẩm loại  $j$  bán ra. Lợi nhuận của chi nhánh thứ  $k$  tính

theo phương thức *quản lí tập trung* là  $\sum_{i=1}^n \alpha_i c_{k,i} + \sum_{j=1}^p \beta_j d_{k,j}$ .

Để giảm thiểu tối đa sự xáo trộn của hệ thống, vấn đề đặt ra là cần chọn các hệ số  $\alpha_i, \beta_j$  như thế nào để lợi nhuận của các chi nhánh trong thời gian đầu chuyển đổi sang phương thức *quản lí tập trung* vẫn bảo đảm tương đồng với cách tính theo phương thức quản lí phân tán. Nói cách khác, ta cần tìm nghiệm xấp xỉ tốt nhất theo một nghĩa nào đó của hệ phương trình và bất phương trình sau:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i c_{k,i} + \sum_{j=1}^p \beta_j d_{k,j} = f_k, \quad k \in K,$$

$$\alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, \quad i \in I, j \in J; \quad \lambda_i \alpha_i + \mu_j \beta_j \leq v_{i,j}, \quad (i, j) \in I \times J. \quad (1)$$

Ở đây, ngoài các ràng buộc không âm, tùy theo quan hệ giữa các vật tư loại  $i$  và sản phẩm loại  $j$ , ta còn có các ràng buộc kiểu  $\lambda_i \alpha_i + \mu_j \beta_j \leq v_{i,j}$ . Bài này nhằm giới thiệu một cách tiếp cận và giải quyết bài toán (1) bằng qui hoạch toàn phương.

<sup>1,2</sup>Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế

## **Topological Existence Theorems in Nonlinear Analysis and Applications**

**Nguyen Hong Quan**<sup>1</sup>

We prove topological existence theorems that is both necessary and sufficient conditions for maximal elements and intersection points. These results are established based on the GFC–structure and connectedness–structure, which we first use here. As consequences we obtain theorems on alternativity, minimax and saddle–points. Several examples are provided to explain advantages of the results.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, University of Science of Hochiminh City, 227  
Nguyen Van Cu, D. 5, Hochiminh City, Vietnam*

## **A Parallel Partitioning Algorithm and Application on the Circuit Partitioning Problem**

**Le Hoang Son<sup>1</sup> and Pham Bien Cuong<sup>2</sup>**

Partitioning is one of some major problems in combinatorial optimization. Partitioning belongs to the NP-complete class. The serial partitioning algorithms often has the high complexity. A recent parallel partitioning algorithm of Hoang Chi Thanh and Nguyen Quang Thanh (2011) has been designed for two processors only. In this report, we will present an improvement of this algorithm for a multi-processor parallel system. The new algorithm will be applied to find the optimal circuit design in the Circuit Partitioning (CP) problem and is compared with the most commonly used Kernighan-Lin (KL). The experimental results show that the new algorithm is simple and much faster than KL.

**Key Words** Circuit Partitioning, Kernighan-Lin, Parallel Algorithms, Partitioning.

---

<sup>1,2</sup>*Center for High Performance Computing, VNU University of Science,  
334 Nguyen Trai, Thanh Xuan, Ha Noi, Viet Nam*

## **A Parallel Algorithm for Constructing Delaunay Triangulation**

**Le Hoang Son<sup>1</sup> and Hoang Thi Tuan Dung<sup>2</sup>**

Delaunay Triangulation is one of some fundamental problems in Computational Geometry. It was widely used in Geographic Information Systems (GIS), Graphics and Visualization. However, the best complexity of algorithms for this problem is  $O(n \log n)$ .

In this report, we will summarize some approaches to construct the Delaunay Triangulation and introduce the current best parallel algorithm from N. M. Nam et al. (2009). The main idea of this algorithm is based on the partitioning the whole area into some small ones and the using of an improved incremental approach with the dynamic uniform grid for each small area. The evaluation results on a high performance computing system show that the time complexity of the parallel algorithm is almost linear. The comparative results clearly reconfirm the superiority of the parallel algorithm over the other ones.

**Key Words** Delaunay Triangulation, dynamic uniform grid, incremental algorithms, parallel algorithms.

---

<sup>1,2</sup>*Center for High Performance Computing, VNU University of Science,  
334 Nguyen Trai, Thanh Xuan, Ha Noi, Viet Nam*

## An Improvement of Fuzzy Clustering Method

Le Hoang Son<sup>1</sup>, Bui Thi Huong Lan<sup>2</sup> and Truong Chi Cuong<sup>3</sup>

A disadvantage of the traditional fuzzy clustering method–FCM is the randomness of an initial clustering center. This makes the convergence of the algorithm is longer, and the accuracy of the results is diminished. This paper will propose an improvement of FCM by using Particle Swarm Optimization–PSO (Kennedy, 1995) to generate the initial center matrix. The new algorithm will accelerate the speed of convergence in comparison with traditional FCM. An application of the proposed method in a Geographic Information System–OMS will illustrate the uses in practical problems.

**Key Words** fuzzy clustering, OMS, PSO.

---

<sup>1,2,3</sup>*Center for High Performance Computing, VNU University of Science.  
334 Nguyen Trai, Thanh Xuan, Ha Noi, Viet Nam*

## Using MANFIS for the DEM Compression with Retrieval

Le Hoang Son<sup>1</sup>, Nguyen Duy Linh<sup>2</sup> and Nguyen Tho Thong<sup>3</sup>

The DEM Compression for the fast retrieval problem emphasizes on the compression process of Digital Elevation Model (DEM) data with the priority of fast retrieval from Client machine. In the literature [1], the authors have proposed an effective algorithm based on the statistical correlation of terrain data in local neighborhoods. By experiments, they showed that it obtained a good performance in term of compression and retrieval speeds. However, the compression ratio of this algorithm is still approximate to the David and Derek method [2] which was considered as the state-of-the-art algorithm for this problem. Therefore, in this paper, we will present a solution to improve the compression ratio of the algorithm through MANFIS Neural Network. The comparative evaluation in the experiment section has showed the effectiveness of the proposed method.

**Key Word** DEM Compression, MANFIS.

### References

- [1] Le Hoang Son, Nguyen Duy Linh, Tran Van Huong, and Nguyen Huu Dien, “A Lossless Effective Method for the Digital Elevation Model Compression for Fast Retrieval Problem”, *International Journal of Computer Science and Network Security (IJCSNS)*, Vol. 11, No. 6, June 2011, pp. 35–44.
- [2] David B. Kidner, Derek H. Smith, “Advances in the data compression of digital elevation models”, *Computers & Geosciences*, Vol. 29, 2003, pp. 985–1002.

---

<sup>1,2,3</sup>*Center for High Performance Computing, VNU University of Science.  
334 Nguyen Trai, Thanh Xuan, Ha Noi, Viet Nam*

## **Using Random Forest for the Classification of 3D GIS Terrains**

**Le Hoang Son<sup>1</sup>, Pham Huy Thong<sup>2</sup> and Nguyen Van Bac<sup>3</sup>**

The input data of any three-dimensional Geographic Information System (3D GIS) is the Digital Elevation Model (DEM). DEM visualizes some objects on a terrain such as mountains, hills, rivers, lakes, etc. The classification of DEM plays a vital role in determining some major components on a terrain and deploying some other optimal problems, such as base station and wireless planning. Until now, there has been little research on this problem.

**Key Words** 3D GIS, DEM, Random Forest.

---

<sup>1,2,3</sup>*Center for High Performance Computing, VNU University of Science,  
334 Nguyen Trai, Thanh Xuan, Ha Noi, Viet Nam*

## **Characterizing Solution Set of a Nonconvex Programming Problem via Its Dual Problems**

**Ta Quang Son**<sup>1</sup>

Using duality theory, we propose a new approach to characterize solution set of a nonconvex optimization problem. Several characterizations of solution set of the problem are established via its dual problems. Characterizations of solution sets of some class of aforesaid convex/nonconvex optimization problems can be covered.

---

<sup>1</sup>*Trường Cao đẳng Sư phạm Nha Trang, 01 Nguyễn Chánh, Thành phố Nha Trang*



## Tiếp cận giải tích trong lý thuyết rẽ nhánh

Nguyễn Xuân Tấn<sup>1</sup>

Rất nhiều hiện tượng tự nhiên, vấn đề khoa học đều có thể mô tả bằng thuật toán qua việc giải phương trình phụ thuộc tham số:

$$F(\lambda, v) = 0, (\lambda, v) \in \Lambda \times D, \quad (1)$$

với  $\Lambda, D$  là tập khác trống trong các không gian Banach  $\Gamma, X$  và  $F: \Lambda \times D \rightarrow Y$ ,  $Y$  cũng là một không gian Banach. Ta có thể gọi (1) là *phương trình toán tử phụ thuộc tham số*.

Giả thiết với mỗi  $\lambda \in \Lambda$  phương trình (1) đều có nghiệm  $v(\lambda) \in D$ . Tức là

$$F(\lambda, v(\lambda)) = 0 \text{ với mọi } \lambda \in \Lambda. \quad (2)$$

Ta có thể xét (1) với giả thiết

$$F(\lambda, 0) = 0, \text{ với mọi } \lambda \in \Lambda.$$

Và  $(\lambda, 0)$  được gọi là *nghiệm tầm thường* của (1).

**Định nghĩa 1** Nghiệm  $(\bar{\lambda}, 0) \in \Lambda \times D$  được gọi là *nghiệm rẽ nhánh* của (1) nếu với mọi  $\delta, \varepsilon > 0$  đều tồn tại nghiệm  $(\lambda, v) \in \Lambda \times D$  sao cho  $\|\bar{\lambda} - \lambda\| < \delta$  và  $0 < \|v\| < \varepsilon$ . Tức là, với mọi lân cận của  $(\bar{\lambda}, 0)$  ta đều tìm được một nghiệm khác  $(\lambda, v)$  của (1) với  $v \neq 0$ .

Cho  $G = (0, a) \times (0, b) \times (0, c)$  là một siêu hộp trong  $\mathbb{R}^3$ . Ta áp dụng các kết quả kể trên để xét sự rẽ nhánh của hệ phương trình biểu thị sự vận chuyển của thế năng, độ đậm đặc của các lỗ hổng và điện tử trong chất bán dẫn được mô tả bởi Van Roosbroeck qua hệ các phương trình vi phân đạo hàm riêng sau:

$$\begin{aligned} -\Delta u_0 &= \frac{k_0}{e_0} (N - u_1 + u_2) \text{ trong } G; \\ -D_1 \Delta u_1 &= \text{div}(u_1 \mu_1 \text{grad } u_0) \text{ trong } G; \\ -D_2 \Delta u_2 &= \text{div}(u_2 \mu_2 \text{grad } u_0) \text{ trong } G; \\ -D_1 \Delta u_1 &= \text{div}(u_1 \mu_1 \text{grad } u_0) \text{ trong } G; \\ u_k &= 0, k = 0, 2; u_1 = N \text{ trên } \partial G. \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

## **Exponential Stabilization of Nonlinear Systems with Interval Time-Varying Delay**

**Mai Viet Thuan<sup>1</sup>, Vu Ngoc Phat<sup>2</sup>, T. Fernando<sup>3</sup> and H. Trinh<sup>4</sup>**

This paper provides a detail analysis on the problem of designing state feedback controllers to exponentially stabilize time-delay systems subject to either nonlinear perturbations or uncertainties. The time-varying delay varies within an interval with known lower and upper bounds. Its time derivative can be known or unknown. By choosing a set of improved Lyapunov–Krasovskii functionals which includes triple-integral terms, delay-dependent stabilizability conditions involving lower and upper delay bounds are derived to ensure closed-loop stability of the system with any prescribed  $\alpha$ -convergence rate. The design of state feedback controllers can be carried out in a systematic and computationally efficient manner via the use of Linear Matrix Inequality-based algorithms. Extensive numerical examples are given to demonstrate the effectiveness of the proposed design method and its improvement over some existing results in the literature.

**Key Words** Nonlinear perturbations, exponential stabilization, interval time-varying delays, linear matrix inequality.

---

<sup>1</sup>*Department of Mathematics, Thainguyen University, Thainguyen, Vietnam*

<sup>2</sup>*Institute of Mathematics, VAST, Hanoi*

<sup>3</sup>*School of Electrical, Electronic and Computer Engineering, University of Western Australia, WA 6009, Australia*

<sup>4</sup>*School of Engineering, Deakin University, Geelong, VIC 3217, Australia*

## Strong Convergence of Implicit Iteration Methods for a Class of Variational Inequalities in Banach Spaces

Nguyen Thi Thu Thuy<sup>1</sup> and Pham Thanh Hieu<sup>2</sup>

Consider the problem: Find a point  $p^* \in E$  such that

$$p^* \in \mathcal{F}: \langle F(p^*), j(p^* - p) \rangle \leq 0 \quad \forall p \in \mathcal{F} \quad (1)$$

where  $\mathcal{F} := \bigcap_{s>0} \text{Fix}(T(s))$ ,  $\{T(s): s > 0\}$  is a nonexpansive semigroup on a uniformly convex Banach space  $E$  with a uniformly Gâteaux differentiable norm and  $j(p^* - p) \in J(p^* - p)$  with  $J$  is a normalized duality mapping of  $E$ . Problem (1) is named a variational inequality, which was firstly studied by Stampacchia.

In this talk, we introduce three new implicit iteration methods, which are implicit and convergent strongly, based on the steepest descent method with strongly accretive and strictly pseudocontractive mapping and the modified Halpern's iterative scheme for finding a solution of problem (1) over the set of common fixed points of a nonexpansive semigroup on a real Banach space which has a uniformly Gâteaux differentiable norm.

The first algorithm is a modification of Ceng's algorithm as follows:

$$x_k = \gamma_k (I - \lambda_k F)x_k + (1 - \gamma_k) \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} T(s)x_k ds, \quad k \geq 1, \quad (2)$$

where the real numbers  $\lambda_k$  and  $\gamma_k$  are, respectively, in  $(0, 1]$  and  $(0, 1)$ .

The second algorithm is a modification from the results of He and Chen and Ceng, generated by

$$x_k = \gamma_k (I - \lambda_k F)x_k + (1 - \gamma_k) T(t_k)x_k, \quad k \geq 1. \quad (3)$$

The third iteration scheme is generated by

$$x_k = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} T(s)(I - \lambda_k F)x_k ds, \quad k \geq 1, \quad (4)$$

where  $\lambda_k \rightarrow 0$ , as  $k \rightarrow \infty$ . In both algorithms (2) and (4) we assume that  $0 < t_k \rightarrow \infty$  as  $k \rightarrow \infty$ . Meantimes in (3),  $0 < t_k \rightarrow 0$ .

---

<sup>1</sup> Department of Mathematics, College of Sciences, Thainguyen University, Vietnam. E-mail: thuthuy220369@gmail.com

<sup>2</sup> Faculty of Basic Sciences, University of Agriculture and Forestry, Thai Nguyen University, Thainguyen, Vietnam

## Dạng điệu tiệm cận của nghiệm phương trình vi phân đại số tuyến tính

Nguyễn Ngọc Tuấn<sup>1,2</sup>

Trong báo cáo này, chúng tôi trình bày một số kết quả nghiên cứu về dạng điệu tiệm cận của nghiệm phương trình vi phân đại số tuyến tính. Cụ thể, chúng tôi xét phương trình vi phân đại số có dạng:

$$Ex'(t) = [A + V(t) + R(t)]x(t), \quad (1)$$

trong đó  $E, A \in C^{n \times n}$ ; các ma trận  $V(t) \in C(J, \mathbb{R}^{n \times n})$ ,  $R(t) \in C(J, \mathbb{R}^{n \times n})$  và ma trận  $E$  được giả thiết là suy biến.

Để nghiên cứu dạng điệu tiệm cận của nghiệm phương trình trên, chúng tôi sử dụng công cụ là dạng chính tắc Kronecker–Weierstrass hoặc phép chiếu để phân rã phương trình vi phân đại số. Các kết quả trên là sự mở rộng các kết quả về dạng điệu tiệm cận của nghiệm phương trình vi phân thường cho phương trình vi phân đại số.

---

<sup>1</sup>Khoa Toán–Cơ–Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN

<sup>2</sup>Khoa Khoa học Cơ bản, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Hưng Yên