

LIST OF TALKS

1. **Phan Thành An**
An effective algorithm for determining the convex hull of a finite set of points in the plane..... 6
2. **Lâm Quốc Anh, Phan Quốc Khánh**
On the stability of the solution sets to parametric quasivariational inclusion problems with applications to traffic network problems 7
3. **Lâm Quốc Anh, Phan Quốc Khánh**
Sensitivity analysis for quasiequilibrium problems in metric spaces: Hölder continuity of solutions..... 8
4. **Phạm Kỳ Anh, Vũ Tiên Dũng**
Fully parallel methods for a class of linear partial differential-algebraic equations..... 9
5. **Đặng Thế Ba**
Development of a parallel program on PC network to use in oil reservoir automatic history matching..... 10
6. **Nguyễn Huy Chiêu**
Density of the range of the Frechet and limiting subdifferentials of a lower semicontinuous function..... 11
7. **Nguyễn Hữu Công, Nguyễn Văn Minh**
Phương pháp dự báo hiệu chỉnh dạng RKN lặp song song liên tục cho bài toán không cương..... 12
8. **Trương Mỹ Dung**
Tối ưu hóa ontology và các vấn đề liên quan..... 13

9. <u>Phạm Huy Điển, Đỗ Văn Hiệp, Nguyễn Ngọc Chiến, Đinh Hữu Toàn</u>	
<i>Ứng dụng các phương pháp Toán học trong xử lý ảnh để thiết lập máy chấm thi trắc nghiệm đa tính năng với chi phí thấp.....</i>	14
10. Nguyễn Định	
<i>A result on the stability of a class of parametric convex optimization problems.....</i>	15
11. Nguyễn Định, <u>Trần Thái An Nghĩa</u>	
<i>Upper approximations of subdifferential of value functions of some classes of parametric optimization problems.....</i>	16
12. Nguyễn Thế Đức	
<i>Airfoil shape optimization using differential evolution algorithm.....</i>	17
13. Hoàng Thị Lan Giao	
<i>Một thuật toán tìm tập rút gọn của bảng quyết định không đầy đủ.....</i>	18
14. <u>Nguyễn Xuân Hải, Phan Quốc Khánh, Nguyễn Hồng Quân</u>	
<i>On the solution existence of quasivariational inclusion problems.....</i>	19
15. Nguyễn Văn Hiền	
<i>Bài giảng mời: An introduction to equilibrium problems with equilibrium constraints (EPECs).....</i>	20
16. <u>Lê Văn Hiện, Q. P. Ha, Vũ Ngọc Phát</u>	
<i>Switching design for robust exponential stability and stabilization of uncertain linear hybrid time-delay systems.....</i>	21
17. <u>Phạm Xuân Hình, Trần Vũ Thiệu</u>	
<i>Một thuật toán giải bài toán vận tải với ràng buộc hai phía.....</i>	22
18. <u>Trần Lộc Hùng, Trần Thiện Thành, Bùi Quang Vũ</u>	
<i>Phân phối khi bình phương với bậc tự do ngẫu nhiên</i>	23

19. Phan Quốc Khánh, <u>Lê Đại Nghĩa</u>	
<i>Coupling the regularization techniques and D-gap functions to solve equilibrium problems by descent algorithms</i>	24
20. Phan Quốc Khánh, <u>Đinh Ngọc Quý</u>	
<i>On Ekeland's ε-variational principle with various efficiency notions for set-valued maps.....</i>	25
21. Phan Quốc Khánh, <u>Nguyễn Đình Tuấn</u>	
<i>Optimality conditions using approximations for nonsmooth vector optimization problems under general inequality constraints.....</i>	26
22. <u>Đinh Thế Lục</u>, Giovanni Crespi	
<i>Bài giảng mời: Tựa Jacobian và ứng dụng trong tối ưu động (Pseudo-Jacobians and dynamic optimization).....</i>	27
23. Huỳnh Văn Ngãi	
<i>Error bounds and applications to the perturbation stability of metric regularity.....</i>	28
24. Trần Thị Huệ Nương, <u>Nguyễn Tấn Trần Minh Khang</u>	
<i>Evolutionary algorithms for high-school timetabling problems.....</i>	29
25. Huỳnh Thế Phùng, <u>Trần Thiên Tín</u>	
<i>Về tính liên tục của ánh xạ nghiệm trong bài toán bù tuyến tính.....</i>	30
26. <u>Trần Đình Quốc</u>, Lê Dũng Mưu, Nguyễn Văn Hiền	
<i>Extragradient algorithms extended to equilibrium problems.....</i>	31
27. Phạm Hữu Sách, Do Sang Kim, <u>Lê Anh Tuấn</u>, Gue Myung Lee	
<i>Duality results for generalized vector variational inequalities with set-valued maps</i>	32
28. Trần Xuân Sinh, Nguyễn Thị Thanh Hiền, <u>Lê Thanh Hoa</u>, Nguyễn Văn Hưng	
<i>Về một mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên nguyên.....</i>	33

29. Nguyễn Thanh Sơn	
<i>Bài toán xác định nguồn điểm gây ô nhiễm trong trường hợp nhiều nguồn.....</i>	34
30. <u>Ta Quang Sơn</u>, J. J. Strodiot, Nguyễn Văn Hiền	
<i>ε-optimality and ε-Lagrangian duality for a nonconvex programming problem with an infinite number of convex constraints.....</i>	35
31. <u>Nguyễn Xuân Tấn</u>, Nguyễn Bá Minh	
<i>On the system of quasi-optimization problems</i>	36
32. Nguyễn Thị Thanh Thủy	
<i>Bài toán tựa tối ưu cho ánh xạ đa trị tựa lõm.....</i>	37
33. <u>Nguyễn Thị Thu Thủy</u>, Nguyễn Bường	
<i>Một số phương pháp giải bài toán cực trị lồi đa mục tiêu không ràng buộc</i>	38
34. Phan Nhật Tĩnh	
<i>First order characterizations of convex vector functions and applications</i>	39
35. Hoàng Tụy	
<i>Bài giảng mời: Robust global optimization.....</i>	40
36. Hoàng Xuân Vinh	
<i>Bán kính ổn định của giá trị riêng thuộc phần bù của phổ của một ma trận.....</i>	41

ABSTRACTS

AN EFFECTIVE ALGORITHM FOR DETERMINING THE CONVEX HULL OF A FINITE SET OF POINTS IN THE PLANE

Phan Thành An¹

In this paper we present an efficient algorithm to determine the convex hull of a finite set of points in the plane using the idea of the Method of Orienting Curves (introduced by Phu in Optimization, Vol. 18, pp. 65-81, 1987 for solving optimal control problems with state constraints). The convex hull is determined by parts of orienting lines and a final line. Two advantages of this algorithm over some variations of Graham's convex hull algorithm are presented.

¹*Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

ON THE STABILITY OF THE SOLUTION SETS TO PARAMETRIC QUASIVARIATIONAL INCLUSION PROBLEMS WITH APPLICATIONS TO TRAFFIC NETWORK PROBLEMS

Lâm Quốc Anh¹, Phan Quốc Khánh²

For subsets A and B under consideration we adopt the notations:

$$\begin{aligned} (u, v) \text{ w } A \times B & \text{ denotes } \forall u \in A, \exists v \in B, \\ (u, v) \text{ s } A \times B & \text{ denotes } \forall u \in A, \forall v \in B. \\ \alpha_1(A, B) & \text{ denotes } A \cap B \neq \emptyset, \\ \alpha_2(A, B) & \text{ denotes } A \subseteq B. \end{aligned}$$

Let $r \in \{w, s\}$ and $\alpha \in \{\alpha_1, \alpha_2\}$. Our general parametric quasivariational inclusion problem is the following: for $(\lambda, \mu, \eta) \in A \times M \times N$,

$$(P_{r\alpha}) \text{ find } \bar{x} \in S_1(\bar{x}, \lambda) \text{ such that } (x, y) \text{ r } S_2(\bar{x}, \lambda) \times T(\bar{x}, \eta) \\ \alpha(F(y, x, \bar{x}, \mu), G(y, \bar{x}, \bar{x}, \mu)),$$

where $S_i, i=1, 2, T, F$ and G are given multifunctions on topological vector spaces.

We introduce some notions related to semicontinuity of multivalued mappings and discuss related properties. Sufficient conditions for the solution sets of above problems to have these kinds of semicontinuity are established. Our results are proved to include and improve recent ones in the literature and illustrated by many examples. For applications we discuss in details a traffic network problem as a sample for employing the main results in practical situations.

¹*Khoa Sư phạm, Đại học Cần Thơ*

²*Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh*

SENSITIVITY ANALYSIS FOR QUASIEQUILIBRIUM PROBLEMS IN METRIC SPACES: HÖLDER CONTINUITY OF SOLUTIONS

Lâm Quốc Anh¹, Phan Quốc Khánh²

Hölder continuity of the solutions has been considered by several authors for variational inequalities and equilibrium problems, started by a paper by N. D. Yen (1995), but has not dealt with for quasiequilibrium problems. The present note is a contribution to fill up this gap of results. Let X , A and M be metric spaces. Let $A \subseteq X$ be nonempty. The problem under our investigation is as follows. Let $K : A \times A \rightarrow 2^X$ be a multifunction with nonempty values and $f : X \times X \times M \rightarrow R$ be a function. For each parameter pair $(\lambda, \mu) \in A \times M$, we consider the following quasiequilibrium problem

(QEP) Find $\bar{x} \in K(\bar{x}, \lambda)$ such that, $\forall y \in K(\bar{x}, \lambda)$,

$$f(\bar{x}, y, \mu) \geq 0.$$

Sufficient conditions for the local uniqueness and Hölder continuity of the solution are established. For the special cases of equilibrium problems and variational inequalities these conditions contain or even improve recent known results. We also sharpen and correct the main result of the only and very recent paper we observe on quasivariational inequalities. Applications in some important problems are discussed too.

¹*Khoa Sư phạm, Đại học Cần Thơ*

²*Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh*

FULLY PARALLEL METHODS FOR A CLASS OF LINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL-ALGEBRAIC EQUATIONS

Phạm Kỳ Anh¹, Vũ Tiến Dũng¹

Recently there has been a growing interest in the analysis and numerical solution of partial differential-algebraic equations (PDAEs) because of their importance in various applications, such as plasma physics, magnetohydrodynamics, electrical, mechanical and chemical engineering, etc... Although the numerical solution for differential-algebraic equations (DAEs) and PDAEs has been studied intensively, until now we have not found any results on parallel methods for PDAEs.

This report deals with two fully parallel methods for solving linear PDAEs of the form $Au_t + B\Delta u = f(x,t)$, where A is a singular, symmetric and nonnegative matrix, while B is a symmetric positive definite matrix. The stability and convergence of proposed methods are also discussed.

¹*Khoa Toán, Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội*

DEVELOPMENT OF A PARRALLEL PROGRAM ON PC NETWORK TO USE IN OIL RESERVOIR AUTOMATIC HISRTORY MATCHING

Đặng Thế Ba¹

This paper presents the brief algorithm for the oil reservoir automatic history matching. To realize the code for use in the real field condition, a parallel program on a PC network had been developed. The algorithms and the results on applications for the test cases are presented. The results show the good convergence and the significant decreasing in consumed time. The program may be used to determine the parameters of the underground water or oil reservoirs numerical models, and in general, it may be used to parallelize the problems of data assimilation.

¹*Khoa Cơ học kỹ thuật và Tự động hóa, Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội*

DENSITY OF THE RANGE OF THE FRECHET AND LIMITING SUBDIFFERENTIALS OF A LOWER SEMICONTINUOUS FUNCTION

Nguyễn Huy Chiêu¹

Let X be a Banach space with topological dual space X^* . It is well known that if f is Frechet differentiable, bounded from below on any bounded set, and

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{\|x\|} = +\infty,$$

then the range of f' , $\{f'(x) | x \in X\}$, is dense in X^* .

The purpose of this paper is to extend the above result to the case where X is a Asplund space, the Frechet differentiability of f and the Frechet derivative $f'(x)$ are replaced, respectively, by the semicontinuity of f and the Frechet subdifferential $\hat{\partial}f(x)$.

¹*Khoa Toán, Đại học Vinh*

PHƯƠNG PHÁP DỰ BÁO HIỆU CHỈNH DẠNG RKN LẶP SONG SONG LIÊN TỤC CHO BÀI TOÁN KHÔNG CƯỜNG

Nguyễn Hữu Công¹, Nguyễn Văn Minh²

Trong báo cáo này, chúng tôi nghiên cứu lược đồ lặp song song, dự báo-hiệu chỉnh dựa trên phương pháp hiệu chỉnh dạng RKN trùng khớp trực tiếp (RKN corrector methods) với công thức đầu ra liên tục giải số bài toán:

$$y'' = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0, \quad y'(t_0) = y'_0, \\ t_0 \leq t \leq T, \quad y \in R^N.$$

Phương pháp dự báo-hiệu chỉnh kiểu RKN lặp song song liên tục được đưa ra cùng với công thức đầu ra liên tục. Xấp xỉ số liên tục còn dùng để dự báo giá trị nấc trong quá trình dự báo-hiệu chỉnh. Theo cách làm này, chúng tôi thu được phương pháp dự báo-hiệu chỉnh song song với công thức đầu ra liên tục và dự báo cấp chính xác cao. Áp dụng phương pháp này vào bài toán thử đã cho thấy phương pháp mới tỏ ra hiệu quả hơn nhiều so với các phương pháp lặp hiện song song (PIRKN) và tuần tự ODEX2 và DOBRIN đã có.

¹Khoa Sau đại học, Đại học Quốc gia Hà Nội

²Đại học Kinh tế và Quản trị kinh doanh, Đại học Thái Nguyên

TỐI ƯU HÓA ONTOLOGY VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

Trương Mỹ Dung¹

Trên cơ sở hai bài báo [1], [2], báo cáo này tiếp tục trình bày một số thuật toán tối ưu hóa về cấu trúc Ontology mờ (Fuzzy Ontology) nhằm mô hình hóa mô hình tối ưu hóa ontology và giải quyết bài toán tối ưu hóa ontology.

[1] Trương Mỹ Dung & Nguyễn Đình Ngọc: Ontology optimisation-problematics & methodology, with a first step of formalism, *Progress in Informatics*, No.2, pp.87-95, (2005).

[2] Trương Mỹ Dung và Nguyễn Đình Ngọc: Ontology optimisation II. From a formalism to a hierarchical blok-diagramatic algorithm, *Hội thảo Tối ưu và Tính toán khoa học (lần thứ 4)*, tháng 4/2006, Hà Tây.

¹Khoa Công nghệ thông tin, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

ỨNG DỤNG CÁC PHƯƠNG PHÁP TOÁN HỌC TRONG XỬ LÝ ẢNH ĐỂ THIẾT LẬP MÁY CHẤM THI TRẮC NGHIỆM ĐA TÍNH NĂNG VỚI CHI PHÍ THẤP

Phạm Huy Điền¹, Đỗ Văn Hiệp¹, Nguyễn Ngọc Chiến¹, Đinh Hữu Toàn¹

Trong một bài báo trên *Tạp chí Hoạt động Khoa học*, số tháng 8 năm 2006, chúng tôi có đề cập đến khả năng tháo gỡ gánh nặng mùa thi thông qua việc tạo ra các công cụ hữu hiệu giúp cho các trường tiến hành công tác kiểm tra đánh giá thường xuyên chất lượng học tập của học sinh một cách đơn giản, nhưng hiệu quả và chính xác. Mới đây chúng tôi đã đưa ra một giải pháp thực tiễn cho vấn đề này, thông qua việc ứng dụng một số công cụ Toán học về xử lý ảnh vào thiết lập các máy chấm thi trắc nghiệm với chi phí thấp, phù hợp với khả năng kinh phí của các trường phổ thông, và có nhiều tính năng hỗ trợ phù hợp với môi trường thực tiễn nước ta. Kết quả triển khai ở nhiều trường phổ thông trung học và một số phòng khảo thí cấp tỉnh thành (với lượng bài được chấm lên tới nhiều trăm nghìn bài) đã khẳng định tính chính xác và hiệu quả của giải pháp đưa ra. Một mặt, nó tiết kiệm được rất nhiều kinh phí, và mặt khác, cho phép mọi trường phổ thông trong cả nước có thể tiếp cận được mô hình và công cụ triển khai thi trắc nghiệm khách quan, góp phần tháo gỡ khó khăn tồn tại từ lâu trong ngành giáo dục nước ta liên quan tới việc đánh giá, kiểm tra chất lượng dạy và học.



Giáo viên các trường THPT của Hải Phòng trong ngày Hội thảo và tập huấn về các chức năng của máy chấm thi trắc nghiệm VTM (28/3/2007).

¹*Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

A RESULT ON THE STABILITY OF A CLASS OF PARAMETRIC CONVEX OPTIMIZATION PROBLEMS

Nguyễn Đình¹

Let X, Y be Banach spaces and let $\varphi, \varphi_t: X \times Y \rightarrow R \cup \{+\infty\}$ be proper lower semi-continuous convex functions, $t \in T$ (arbitrary index set), Ω be a closed convex subset of $X \times Y$. Let further,

$$\Omega(x) := \{y \in Y \mid (x, y) \in \Omega\} \text{ and } G(x) := \{y \in Y \mid \varphi_t(x, y) \leq 0, t \in T\}.$$

We concern the parametric convex problem:

$$p(x) := \inf \{ \varphi(x, y) \mid y \in \Omega(x) \cap G(x) \}.$$

We prove that under a regularity condition and a rather mild condition on the functions φ, φ_t , the value function p is lower semi-continuous. Some corollaries for some specified problems are derived.

¹ Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

UPPER APPROXIMATIONS OF SUBDIFFERENTIAL OF VALUE FUNCTIONS OF SOME CLASSES OF PARAMETRIC OPTIMIZATION PROBLEMS

Nguyễn Đình¹, Trần Thái An Nghĩa²

We consider the value function of DC programming problems under convex constraints. Concretely, we consider the extended real-valued function defined by

$$\mu(x) = \inf \left\{ \varphi(x, y) - \bar{\varphi}(x, y) \mid y \in \Omega(x) \text{ and } \varphi_t(x, y) \leq 0, \forall t \in T \right\}, \quad (*)$$

where X, Y are Banach spaces, T is an arbitrary index set, Ω is a closed convex subset of Y , $\varphi, \bar{\varphi}, \varphi_t: X \times Y \rightarrow R \cup \{+\infty\}$ are proper lower semi-continuous convex functions for all $t \in T$ and $\Omega(x) = \{y \in Y \mid (x, y) \in \Omega\}$.

The report concerns various kinds of subdifferential of the function μ at a point \bar{x} with $|\mu(\bar{x})| < \infty$:

- The *analytic ε -subdifferential* (for any $\varepsilon \geq 0$)

$$\hat{\partial}_\varepsilon \mu(\bar{x}) = \left\{ x^* \in X^* \mid \liminf_{x \rightarrow \bar{x}} \frac{\mu(x) - \mu(\bar{x}) - (x^*, x - \bar{x})}{\|x - \bar{x}\|} \geq -\varepsilon \right\}.$$

- The *Fréchet subdifferential*: $\hat{\partial} \mu(\bar{x}) = \hat{\partial}_0 \mu(\bar{x})$,

- The *basic subdifferential*: $\partial_M \mu(\bar{x}) = \text{Limsup}_{\substack{x \rightarrow \bar{x} \\ \varepsilon \downarrow 0}} \hat{\partial}_\varepsilon \mu(\bar{x})$,

- The *singular subdifferential*: $\partial^\infty \mu(\bar{x}) = \text{Limsup}_{\substack{x \rightarrow \bar{x} \\ \lambda, \varepsilon \downarrow 0}} \lambda \hat{\partial}_\varepsilon \mu(\bar{x})$,

where the “Limsup” stands for the sequential Painleve-Kuratowski upper/outer limit.

In this report, *upper approximations* for Fréchet subdifferential, basic subdifferential and singular subdifferential of the value function μ defined in (*) will be given.

¹Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

²Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh

AIRFOIL SHAPE OPTIMIZATION USING DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM

Nguyễn Thế Đức¹

Good airfoil shape selection and design is an important problem in aircraft flight mechanics. The objective of many airfoil design approaches is to maximize the lift to drag ratio or minimize its reciprocal. These ratios are strongly depended on the airfoil shape. The simplest approach to designing airfoils is the direct method. The direct method consists of selecting an initial airfoil shape and making slight modification to the shape to improve the performance. The advantage of direct approach is its simplicity. However, the direct method mostly could do a local search and strongly rely on designer's experience. Other design approaches with the use of optimization algorithms is expected to shorten and simplify the iterative design process and improve the design output.

In our study, a new method is developed to optimize the shape of airfoil for high aerodynamic performance. A flow solver and a global optimization algorithm are linked within an automated design loop. The flow solver is developed based on an improved panel method. The applied optimization algorithm is an evolution algorithm. The method is tested for an optimization shape problem of NACA airfoil family.

¹ Viện Cơ học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

MỘT THUẬT TOÁN TÌM TẬP RÚT GỌN CỦA BẢNG QUYẾT ĐỊNH KHÔNG ĐẦY ĐỦ

Hoàng Thị Lan Giao¹

Dữ liệu trong thực tế thường không đầy đủ, dư thừa hoặc không chính xác, gây ảnh hưởng không tốt trong quá trình phát hiện tri thức từ dữ liệu. Ý tưởng “rút gọn” được sử dụng cho phép loại bỏ những thông tin dư thừa mà vẫn giữ được đầy đủ ý nghĩa của tập dữ liệu đang xét. Vì vậy, việc tìm tập rút gọn của bảng quyết định được đặt ra là hoàn toàn tự nhiên và cần thiết. Chúng tôi cũng đã thu được một số kết quả khi nghiên cứu về vấn đề này trên bảng quyết định đầy đủ. Tiếp nối cho những kết quả trước đây, chúng tôi mở rộng nghiên cứu tập rút gọn trên bảng quyết định thiếu thông tin dựa vào khái niệm entropy thô được đề xuất bởi Jiye Liang và Zongben Xu. Cụ thể, trong báo cáo này chúng tôi sẽ trình bày một thuật toán heuristic tìm tập rút gọn của bảng quyết định không đầy đủ.

¹*Khoa Công nghệ thông tin, Đại học Khoa học, Đại học Huế*

ON THE SOLUTION EXISTENCES OF QUASIVARIATIONAL INCLUSION PROBLEMS

Nguyễn Xuân Hải¹, Phan Quốc Khánh², Nguyễn Hồng Quân³

We consider the following four quasivariational inclusion problems:

(IP1) Find $\bar{x} \in S_1(\bar{x})$ such that, $\forall y \in S_2(\bar{x}), \forall \bar{t} \in T(\bar{x}, y),$

$$F(\bar{t}, y, \bar{x}) \subseteq G(\bar{t}, \bar{x});$$

(IP2) Find $\bar{x} \in S_1(\bar{x})$ such that, $\forall y \in S_2(\bar{x}), \exists \bar{t} \in T(\bar{x}, y),$

$$F(\bar{t}, y, \bar{x}) \subseteq G(\bar{t}, \bar{x});$$

(IP3) Find $\bar{x} \in S_1(\bar{x})$ such that, $\forall y \in S_2(\bar{x}), \forall \bar{t} \in T(\bar{x}, y),$

$$F(\bar{t}, y, \bar{x}) \cap G(\bar{t}, \bar{x}) \neq \emptyset;$$

(IP4) Find $\bar{x} \in S_1(\bar{x})$ such that, $\forall y \in S_2(\bar{x}), \exists \bar{t} \in T(\bar{x}, y),$

$$F(\bar{t}, y, \bar{x}) \cap G(\bar{t}, \bar{x}) \neq \emptyset,$$

where the involved multivalued mappings are acting on topological vector spaces. We establish sufficient conditions for the solution existence of the above problems under relaxed semicontinuity and quasiconvexity assumptions by using a fixed-point theorem of S. Park, a different tool in comparison with that of other papers on the solution existence. Our results contain most of the ones for variational inclusion problems and quasiequilibrium problems in the literature. When applied to particular cases they are shown even to sharpen some recent results.

¹ Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông Thành phố Hồ Chí Minh

² Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

³ Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

AN INTRODUCTION TO EQUILIBRIUM PROBLEMS WITH EQUILIBRIUM CONSTRAINTS (EPECs)

Nguyễn Văn Hiền¹

Mathematical Programs with Equilibrium Constraints (MPECs) are constrained optimization problems such that a part of the variables should satisfy an *equilibrium condition* (Optimization Problems, Complementarity Problems, Variational Inequalities, Generalized Equations, ...). The history of the MPEC can be traced back to the economic notion of a Stackelberg leadership strategic game (H. von Stackelberg, *Marktform und Gleichgewicht*, Springer-Verlag, Vienna, 1934. English translation: *The Theory of Market Economy*, Oxford University Press, Oxford, 1952). Many applications in the fields of Economics and Engineering can be formulated as MPECs. The literature devoted to MPECs consists currently of three monographs:

-Z.-Q. Luo, J.-S. Pang, and D. Ralph, *Mathematical Programs with Equilibrium Constraints*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

- J.V. Outrata, M. Kovcvara, and J. Zowe, *Nonsmooth Approach to Optimization Problems with Equilibrium Constraints*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.

-S. Dempe, *Foundation of Bilevel Programming*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.

and hundreds of research papers dealing with a broad spectrum of questions arising in this context. See also the following two two-volume reference books:

-F. Facchinei and J.-S. Pang, *Finite-Dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems*, Vol. I & Vol. II, Springer-Verlag, New York, 2003.

-B.S. Mordukhovich, *Variational Analysis and Generalized Differentiation*, Vol. I: *Basic Theory*, Vol. II: *Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 2006.

We would also like to recommend warmly the following book:

Nguyễn Đông Yên, *Giáo trình Giải tích đa trị*, Viện Toán học, Hà Nội, 2006.

Equilibrium Problems with Equilibrium Constraints (EPECs) belong to a new class of constrained optimization problems that generalizes the class of MPECs. An EPEC is a mathematical program to find equilibria that *simultaneously* solve *several* MPECs, each of which is *parameterized by design variables of other MPECs*. One important application of EPECs is the *multi-leader/multi-follower* game in Economics, where *each leader* is solving a Stackelberg game formulated as an MPEC.

The aim of this 90-minute lecture is to introduce the interested readers to this challenging research topic. The main attention is paid to stationarity conditions and methods to the numerical solution of such problems (MPECs and EPECs). We will merely touch upon the applications.

¹University of Namur, Belgium

SWITCHING DESIGN FOR ROBUST EXPONENTIAL STABILITY AND STABILIZATION OF UNCERTAIN LINEAR HYBRID TIME-DELAY SYSTEMS

Lê Văn Hiên¹, Q. P. Ha², Vũ Ngọc Phát³

In this paper, a class of uncertain linear hybrid time-delay systems is considered. The system parameter uncertainties are time-varying and unknown but norm-bounded. The delay in the system states is also time-varying. By using an improved Lyapunov-Krasovskii functional, a switching rule for the robust exponential stability and stabilization are designed in terms of the solution of Riccati-type equations. The approach allows for computation of the bounds that characterize the exponential stability rate of the solution.

Numerical examples are given to illustrate the results.

¹*Khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*

²*Faculty of Engineering, University of Technology Sydney, Australia*

³*Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

MỘT THUẬT TOÁN GIẢI BÀI TOÁN VẬN TẢI VỚI RÀNG BUỘC HAI PHÍA

Phạm Xuân Hình¹, Trần Vũ Thiệu²

Mô hình bài toán vận tải với các yêu cầu thu phát định trước rất quen thuộc trong lý thuyết tối ưu tuyến tính. Nó có nhiều ứng dụng rộng rãi trong thực tiễn và đã được nhiều người nghiên cứu. Trong bài viết này chúng tôi đưa ra một thuật toán mới, đơn giản, dùng để giải bài toán vận tải khi khả năng cung (hay cầu) của các trạm phát (hay thu) chưa qui định trước, mà biến động trong một khoảng đã biết. Mô hình mở rộng này sinh từ một ứng dụng trong điều hành mạng xe buýt Hà Nội.

¹*Khoa Tự nhiên, Trường Cao đẳng Sư phạm Hà Nội*

²*Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

PHÂN PHỐI KHI BÌNH PHƯƠNG VỚI BẬC TỰ DO NGẪU NHIÊN

Trần Lộc Hùng¹, Trần Thiện Thành¹, Bùi Quang Vũ¹

Giả sử X_1, X_1, \dots, X_n là n biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối chuẩn chính tắc $N(0,1)$. Khi đó tổng các bình phương $X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ được gọi là biến ngẫu nhiên có phân phối khi bình phương với n bậc tự do, kí hiệu là χ_n^2 .

Từ khi xuất hiện (năm 1928, do Fisher tìm ra khi xét giới hạn của phân phối của hệ số tương quan đa biến), phân phối của biến ngẫu nhiên χ_n^2 (đặc biệt là phép thử χ^2) đã đóng vai trò quan trọng trong một số bài toán của Thống kê như xây dựng khoảng tin cậy cho phương sai tổng thể, kiểm định giả thuyết thống kê liên quan tới phương sai tổng thể, kiểm định tính phù hợp giữa thực nghiệm và lý thuyết, kiểm định tính độc lập của các biến ngẫu nhiên,...

Trong những năm gần đây, từ các yêu cầu của thực tế, nhiều kết quả liên quan tới việc sử dụng chỉ số ngẫu nhiên trong các bài toán thống kê đã được đặt ra.

Một câu hỏi tự nhiên là nếu độ tự do của n biến ngẫu nhiên χ_n^2 được thay bởi một biến ngẫu nhiên N , nhận các giá trị nguyên dương, thì điều gì sẽ xảy ra với các kết quả liên quan tới biến ngẫu nhiên χ_N^2 ?

Trả lời câu hỏi đó là mục tiêu chính mà bài báo này cố gắng đạt tới. Những kết quả chính đạt được trong bài báo này là các đẳng thức tiệm cận của tổng ngẫu nhiên các bình phương của các biến ngẫu nhiên chuẩn chính tắc $\chi_N^2 := \sum_{j=1}^N X_j^2$ (mà tạm gọi là khi bình phương với độ tự do ngẫu nhiên

N -một biến ngẫu nhiên có phân phối xác suất cụ thể như biến nhị thức, Poisson, hình học,...

Ngoài ra chúng tôi sử dụng Maple 9.5 để cài đặt các thủ tục tính hàm phân phối của biến ngẫu nhiên có phân phối χ_n^2 với bậc tự do n , hàm phân phối và các bảng số của biến ngẫu nhiên có phân phối χ_N^2 với bậc tự do N là một biến ngẫu nhiên có phân phối cụ thể như phân phối hình học hoặc phân phối Poisson.

¹Đại học Khoa học, Đại học Huế

COUPLING THE REGULARIZATION TECHNIQUES AND D-GAP FUNCTIONS TO SOLVE EQUILIBRIUM PROBLEMS BY DESCENT ALGORITHMS

Phan Quốc Khánh¹, Lê Đại Nghĩa²

We introduce a general regularizing functions to build auxiliary problems for a general equilibrium problem. Applying D-gap functions we reduce the obtained regularized problem to a unconstrained differentiable minimization problem, for which we then prove a global convergence of a descent algorithm for finding, as a stationary point, a solution of the original equilibrium problem. Our results develop and improve recent papers of Fukushima, Peng, Konnov-Pinyagina, Mastroeni, etc.

¹Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

²Khoa Công nghệ thông tin và Toán ứng dụng, Đại học Tôn Đức Thắng

ON EKELAND'S ε -VARIATIONAL PRINCIPLE WITH VARIOUS EFFICIENCY NOTIONS FOR SET-VALUED MAPS

Phan Quốc Khánh¹, Đinh Ngọc Quý²

We continue the recent intensive development of Ekeland's ε -variational principle for set-valued maps in the literature. Beside the Pareto efficiency we consider also a new notion of efficiency proposed by Kuroiwa (2001). By using a concept of Q-distance we weaken the commonly used lower semicontinuity assumption for the principle. Stability of the principle is also investigated. Some of our results are new. The other contain that of the papers by Göfert, Tammer and Zalinescu (2000) and Ha (2005) or partially improve theorems in Chen, Huang and Hou (2000), Huang (2001, 2002), and Lin and Du (two papers to appear).

¹Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

²Khoa Khoa học, Đại học Cần Thơ

OPTIMALITY CONDITIONS USING APPROXIMATIONS FOR NONSMOOTH VECTOR OPTIMIZATION PROBLEMS UNDER GENERAL INEQUALITY CONSTRAINTS

Phan Quốc Khánh¹, Nguyễn Đình Tuấn²

First and second-order necessary conditions and sufficient conditions for optimality in nonsmooth vector optimization problems with general inequality constraints are established. We develop Lagrange multiplier rules of orders 1 and 2, with the Lagrange multipliers depending on directions by using approximations as generalized derivatives and avoid even continuity assumptions. Convexity assumptions are not imposed explicitly. Examples are provided to show that our theorems are easily applied in situations to recognize or reject points to be weak, Pareto or strictly efficient, while many known results cannot be.

¹Đại học Quốc tế, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

²Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

TỰA JACOBIAN VÀ ỨNG DỤNG TRONG TỐI ƯU ĐỘNG

(Pseudo-Jacobians and Dynamic Optimization)

Dinh Thế Luc¹, Giovanni Crespi²

Trong bài này, chúng ta sẽ xây dựng khái niệm ma trận tựa Jacobian (Pseudo-Jacobian) cho các hàm vectơ liên tục trong không gian Banach để thay thế đạo hàm khi mà hàm vectơ không khả vi. Nhiều công thức tính toán cho ta thấy rằng tựa Jacobian là một loại đạo hàm suy rộng khá linh động, có thể dùng để nghiên cứu các bài toán tối ưu, bài toán biên phân và các đề tài quan trọng khác trong giải tích hàm như tính mở của ánh xạ liên tục. Chúng ta sẽ đi sâu vào nghiên cứu công thức tính tựa Jacobian của phiếm hàm tích phân và dùng nó để chứng minh điều kiện cần trong các bài toán biên phân (bài toán Bolza, bài toán Mayer) với các giả thiết giảm nhẹ về tính liên tục Lipschitz.

¹*Avignon University, France*

²*Varese University, Italy*

ERROR BOUNDS AND APPLICATIONS TO THE PERTURBATION STABILITY OF METRIC REGULARITY

Huỳnh Văn Ngãi¹

In this paper, we present several conditions ensuring error bounds in the context of metric spaces. Then, we apply these results to study the perturbation stability of the metric regularity.

¹*Khoa Toán, Đại học Quy Nhơn*

EVOLUTIONARY ALGORITHMS FOR HIGH-SCHOOL TIMETABLING PROBLEMS

Trần Thị Huệ Nương¹, Nguyễn Tấn Trần Minh Khang¹

The high-school timetabling problem regards the weekly scheduling for all the lectures of a high school. The problem consists in assigning lectures to periods in such a way that no teacher (or class) is involved in more than one lecture at a time, and other constraints are satisfied. The problem is NP-complete and is usually tackled using heuristic methods. This paper describes a solution algorithm (and its implementation) based on evolutionary algorithms. Using real data from “Talent High School”, the method we describe never failed to find a schedule which satisfies all hard constraints of classes and teachers and this method gives a result better than the result found by hand.

¹ Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

VỀ TÍNH LIÊN TỤC CỦA ẢNH XẠ NGHIỆM TRONG BÀI TOÁN BÙ TUYẾN TÍNH

Huỳnh Thế Phùng¹, Trần Thiên Tín¹

Cho ma trận $M \in R^{n \times n}$ và vectơ cột $q \in R^n$. Bài toán bù tuyến tính $LCP(M, q)$ ứng với M và q là bài toán tìm vectơ $x \in R^n$ thỏa mãn hệ phương trình và bất phương trình

$$x \geq 0, Mx + q \geq 0, \langle x, Mx + q \rangle = 0. \quad (1)$$

Tập gồm tất cả các nghiệm của (1) được ký hiệu là $S(M, q)$. Với M cố định cho trước, ký hiệu $S_M(q)$ được dùng để chỉ tập nghiệm của (1) ứng với q . Như vậy, S_M là một ánh xạ đa trị từ R^n vào R_+^n và được gọi là ánh xạ nghiệm của bài toán bù tuyến tính với M cố định.

Trong bài báo: "On continuity properties of the solution map in linear complementarity problems", *Vietnam. J. Math.*, 30 (3), pp. 251-258, tác giả Huỳnh Thế Phùng đã chứng minh được rằng: Ánh xạ nghiệm S_M Lipschitz trên $\text{Dom}S_M$ khi và chỉ khi nó nửa liên tục dưới. Hơn nữa, trong bài báo: "A geometrical approach to the linear complementarity problem", *Vietnam. J. Math.*, 32 (2), pp.141-153, tác giả Huỳnh Thế Phùng còn chứng minh được rằng: Nếu ánh xạ nghiệm S_M Lipschitz trên $\text{Dom}S_M$ thì tồn tại một số tự nhiên k sao cho:

$$\text{card}(S_M(q)) = k \text{ với mọi } q \in \text{int}(\text{Dom}S_M) \quad (2)$$

và

$$\text{card}(S_M(q)) \leq k \text{ với mọi } q \in \partial(\text{Dom}S_M). \quad (3)$$

Ma trận M thỏa mãn hai điều kiện (2) và (3) được gọi là ma trận đẳng nghiệm.

Như vậy, nếu ánh xạ nghiệm S_M là Lipschitz hay một cách tương đương, S_M liên tục, thì M phải là ma trận đẳng nghiệm. Một câu hỏi đặt ra khá tự nhiên là từ tính đẳng nghiệm của ma trận M có kéo theo sự liên tục của ánh xạ nghiệm S_M hay không?

Trong báo cáo này, chúng tôi sẽ trình bày các kết quả sau:

1. Chỉ ra một số lớp ma trận đẳng nghiệm M cụ thể mà ánh xạ nghiệm S_M liên tục trên $\text{Dom}S_M$.
2. Tổng quát hơn, với mọi ma trận đẳng nghiệm M , ánh xạ nghiệm S_M luôn liên tục tại mọi điểm $q \in \text{int}(\text{Dom}S_M)$.

¹ Đại học Khoa học, Đại học Huế

EXTRAGRADIENT ALGORITHMS EXTENDED TO EQUILIBRIUM PROBLEMS

Trần Đình Quốc¹, Lê Dũng Muru², Nguyễn Văn Hiền³

Consider the following equilibrium problem

$$\text{Find } x^* \in K \text{ such that } f(x^*, y) \geq 0, \text{ for all } y \in K, \quad (\text{EP})$$

where K is a nonempty, closed, convex set in R^n , $f: K \times K \rightarrow R \cup \{+\infty\}$ is a bifunction and satisfies $f(x, x) = 0$ for all $x \in K$.

In this report, we make use of the auxiliary problem principle to develop iterative algorithms for solving equilibrium problems. The first one is an extension of the extragradient algorithm to equilibrium problems. In this algorithm the equilibrium bifunction is not required to satisfy any monotonicity property, but it must satisfy a certain Lipschitz-type condition. To avoid this requirement we propose linesearch procedures commonly used in variational inequalities to obtain projection-type algorithms for solving equilibrium problems. Applications to mixed variational inequalities are discussed. A special class of equilibrium problems is investigated and some preliminary computational results are reported.

¹ Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội

² Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

³ University of Namur, Belgium

DUALITY RESULTS FOR GENERALIZED VECTOR VARIATIONAL INEQUALITIES WITH SET-VALUED MAPS

Phạm Hữu Sách¹, Do Sang Kim², Lê Anh Tuấn³, Gue Myung Lee²

In this paper we introduce new dual problems of generalized vector variational inequality problems with set-valued maps, and we discuss a link between the solution sets of the primal and dual problems. The notion of solutions in each of these problems is introduced via the concept of efficiency, weak efficiency or Benson proper efficiency in vector optimization. We also provide examples showing that some earlier duality results for vector variational inequality may not be true.

¹*Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

²*Pukyong National University, Pusan, Republic of Korea*

³*Trường Cao đẳng Sư phạm Ninh Thuận*

VỀ MỘT MÔ HÌNH BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH NGẪU NHIÊN

(On a Model of Stochastic Linear Integer Programming Problems)

Trần Xuân Sinh¹, Nguyễn Thị Thanh Hiền¹, Lê Thanh Hoa¹,
Nguyễn Văn Hưng¹

Xét bài toán lưu chuyển hàng: Có n kho chứa hàng. Số lượng hàng hiện có ở kho thứ i là b_i (b_i nguyên), $i = 1, 2, \dots, n$. Kinh phí bảo quản lưu giữ một đơn vị hàng ở kho thứ i là s_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Cước phí vận tải một đơn vị hàng từ kho thứ i đến kho thứ j là c_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$). Cần vận tải và điều chỉnh lượng hàng ở các kho sao cho tổng chi phí lưu kho và vận chuyển là bé nhất. Biết rằng giữa kho i và kho j luôn có cung đường vận tải và $c_{ij} = c_{ji}$.

Từ bài toán đã nêu, chúng tôi thiết lập mô hình toán học là một bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên.

Trên cơ sở thực tế với sự biến động ngẫu nhiên của giá trị b_i , chúng tôi chuyển nó về bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên nguyên hai giai đoạn.

Bước đầu đã thu được một số kết quả đáng kể theo 2 hướng tiếp cận:

+ Hướng thứ nhất: Xét bài toán lưu chuyển hàng như bài toán quy hoạch ngẫu nhiên nguyên 2 giai đoạn. Theo hướng này, chúng tôi đã xây dựng cơ sở lý luận và đưa ra thuật toán giải cho lớp bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên 2 giai đoạn.

+ Hướng thứ hai: Xét bài toán với những đặc thù riêng. Theo hướng này, chúng tôi bước đầu đã tìm hiểu một số tính chất riêng biệt của nó. Trên cơ sở đó, coi bài toán đang xét như một trường hợp đặc biệt của bài toán mà một số tác giả đã khảo sát (chẳng hạn: Các tác giả X. Chen, M. Sim, P. Sun, trong bài viết: *A robust optimization perspective of stochastic programming*, Working paper, National University of Singapore, 2005).

¹Khoa Toán, Đại học Vinh

BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH NGUỒN ĐIỂM GÂY Ô NHIỄM TRONG TRƯỜNG HỢP NHIỀU NGUỒN

Nguyễn Thanh Sơn¹

Bài toán xác định nguồn gây ô nhiễm đã thu hút được sự quan tâm đặc biệt của không chỉ những người làm công tác môi trường mà còn thu hút sự chú ý của rất đông các nhà toán học bởi ý nghĩa thực tế và sự phức tạp ở khía cạnh lý thuyết của vấn đề. Về mặt toán học, xác định nguồn gây ô nhiễm chính là xác định vế phải của một phương trình truyền tải-khuếch tán-phản ứng vật chất. Người ta nhanh chóng nhận ra thất bại khi xét trường hợp hàm nguồn tổng quát. Do vậy, người ta thường thu hẹp lớp hàm nguồn ở những dạng cụ thể. Trong số đó, hàm nguồn là tổ hợp tuyến tính của các phân phối Dirac theo không gian có dạng

$$F(x) = \sum_{i=1}^k s_i(t)\delta(x - a_i)$$

được đề cập đến nhiều hơn cả. Trong kết quả năm 2005, A. Badia, T. Ha Duong, A. Hamdi đã xét bài toán một chiều trong trường hợp một nguồn, $k = 1$. Bằng việc quan sát tại hai điểm trong miền, các tác giả đã chứng tỏ nguồn có thể xác định một cách duy nhất và đưa ra thuật toán phục hồi nguồn từ dữ liệu quan sát. Thuật toán đó không thể sử dụng cho trường hợp nhiều nguồn. Tuy nhiên, trong trường hợp quan sát không phải là hai điểm mà là một miền con của miền không gian, tác giả của báo cáo đã sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu và thu được kết quả nhất định. Báo cáo này tóm tắt những kết quả đó.

¹*Khoa Khoa học Tự nhiên và Xã hội, Đại học Thái Nguyên*

**ε -OPTIMALITY AND ε -LAGRANGIAN DUALITY
FOR A NONCONVEX PROGRAMMING
PROBLEM WITH AN INFINITE NUMBER
OF CONVEX CONSTRAINTS**

Ta Quang Son¹, J. J. Strodiot², V. H. Nguyen²

This report gives ε -optimality conditions for a nonconvex programming problem which has an infinite number of convex constraints. The necessary conditions of Kuhn-Tucker type concern regular ε -solutions and are derived under the assumption that the system of inequality constraints is a Farkas-Minkowski system. The sufficient conditions are devoted to ε -quasisolutions and are proposed under the assumption of ε -semiconvexity of the objective function.

Finally, new duality results are obtained by using quasi saddle-points and an extension of the ε -Lagrangian functional.

¹*Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Cao đẳng Sư phạm Nha Trang*

²*University of Namur, Belgium*

ON THE SYSTEM OF QUASI-OPTIMIZATION PROBLEMS

Nguyễn Xuân Tấn¹, Nguyễn Bá Minh²

The systems of quasi-optimization problems are formulated and some sufficient conditions on the existence of solutions for these systems are shown. These concern the existence of solutions, the stability and the structure of solution set of general vector problems. As special case, we obtain results on the existence of solutions of optimization problems depending on parameters, Nash equilibrium problem for noncooperative games. Some relationships between these problems and others, as quasi-equilibrium problems, quasi-variational inequalities, complementarity problems are shown. From these we extend some well-known results obtained by Blume and Oettli, Park, Chan and Pang, Parida and Sen, Browder and Minty, Ky Fan, etc.

¹ *Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam*

² *Đại học Thương mại Hà Nội*

BÀI TOÁN TỰA TỐI ƯU CHO ẢNH XẠ ĐA TRỊ TỰA LỖM

Nguyễn Thị Thanh Thủy¹

Cho X, Y, Z là các không gian véc-tơ tôpô, $D \subset X, K \subset Z$ là các tập con khác rỗng, $C \subset Y$ là nón, các ánh xạ đa trị

$$S : D \rightarrow 2^D, T : D \rightarrow 2^K, F : D \times K \times D \rightarrow 2^Y$$

Ta xét hai bài toán sau:

Bài toán bao hàm thức tựa biến phân trên

Tìm $(\bar{x}, \bar{y}) \in D \times K$ sao cho

$$\bar{x} \in S(\bar{x}), \bar{y} \in T(\bar{x}) \quad (\text{UQVIP})$$

và

$$F(\bar{x}, \bar{y}, x) \subset F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{x}) - C \quad \text{với mọi } x \in S(\bar{x}).$$

Bài toán bao hàm thức tựa biến phân dưới

Tìm $(\bar{x}, \bar{y}) \in D \times K$ sao cho

$$\bar{x} \in S(\bar{x}), \bar{y} \in T(\bar{x}) \quad (\text{LQVIP})$$

và

$$F(\bar{x}, \bar{y}, x) \subset F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{x}) + C \quad \text{với mọi } x \in S(\bar{x}).$$

Trong báo cáo này tôi chứng minh điều kiện cần và đủ để hai bài toán trên có nghiệm và sự tồn tại nghiệm của ba bài toán hệ quả.

¹Khoa Toán, Đại học Sư phạm Hà Nội

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ LỖI ĐA MỤC TIÊU KHÔNG RÀNG BUỘC

Nguyễn Thị Thu Thủy¹, Nguyễn Bường²

Cho $\varphi_j, j = 0, 1, \dots, N$ là các phiếm hàm lồi chính thường nửa liên tục dưới yếu trên không gian Banach phản xạ X và khả vi Gâteaux với đạo hàm Gâteaux là $A_j(x)$ giả thiết là h-liên tục tại $x \in X$. Hãy tìm phần tử $x^0 \in X$ sao cho

$$\varphi_j(x^0) = \inf_{x \in X} \varphi_j(x) \quad \forall j = 0, 1, \dots, N. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } S_j = \left\{ \bar{x} \in X : \varphi_j(\bar{x}) = \inf_{x \in X} \varphi_j(x) \right\}, \quad j = 0, 1, \dots, N, \quad S = \bigcap_{j=0}^N S_j.$$

Như đã biết, tập S_j trùng với tập nghiệm của phương trình toán tử

$$A_j(x) = \theta, \quad (2)$$

và là một tập lồi đóng trong X . Như vậy việc giải bài toán (1) tương đương với việc giải hệ phương trình toán tử (2) với $j = 0, 1, \dots, N$. Nếu không thêm điều kiện cho toán tử A_j , chẳng hạn tính đơn điệu đều hoặc đơn điệu mạnh, thì mỗi phương trình (2) là không chính. Để giải bài toán này, PGS. TS. Nguyễn Bường đã nghiên cứu phương trình hiệu chỉnh dạng

$$\sum_{j=0}^N \alpha^{\mu_j} A_j^h(x) + \alpha U(x) = \theta, \quad \mu_0 = 0 < \mu_j < \mu_{j+1} < 1, \quad j = 1, 2, \dots, N-1. \quad (3)$$

với A_j^h là xấp xỉ của A_j và U là ánh xạ đối ngẫu chuẩn của X .

Trong báo cáo này chúng tôi trình bày một số vấn đề sau:

1) Xấp xỉ hữu hạn chiều cho phương trình hiệu chỉnh (3) bởi phương trình

$$\sum_{j=0}^N \alpha^{\mu_j} A_j^{hn}(x) + \alpha U^n(x) = \theta, \quad x \in X_n \quad (4)$$

với X_n là không gian con hữu hạn chiều của X . Nghiên cứu sự hội tụ và tốc độ hội tụ của dãy nghiệm hiệu chỉnh đã được xấp xỉ hữu hạn chiều.

2) Trình bày phương pháp hiệu chỉnh lặp bậc không giải bài toán (1) và chỉ ra sự hội tụ của phương pháp.

3) Cuối cùng chỉ ra việc áp dụng các kết quả đạt được để giải quyết một số bài toán.

¹Khoa Khoa học Tự nhiên và Xã hội, Đại học Thái Nguyên

²Viện Công nghệ thông tin, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

FIRST ORDER CHARACTERIZATIONS OF CONVEX VECTOR FUNCTIONS AND APPLICATIONS

Phan Nhật Tĩnh¹

In this paper we show out characterizations of C-convexity of vector functions via monotonicity of differential and directional derivatives of them. These results are applied in vector optimization to obtain some necessary and sufficient conditions for the existence of efficient points of convex vector functions.

¹*Đại học Khoa học, Đại học Huế*

ROBUST GLOBAL OPTIMIZATION

Hoàng Tuy¹

A wide class of global optimization problems have the form

$$\min \{f(x) \mid g(x) \leq 0\}, \quad (\text{P})$$

where $g(x) = \max_{i=1, \dots, m} g_i(x)$ and $f, g_i : R^n \rightarrow R$. Since computing a feasible solution to (P) may be very hard, most solution methods for (P) compute, for given tolerances $\varepsilon > 0, \eta > 0$, an (ε, η) -approximate optimal solution, i.e. a point \bar{x} such that: 1) \bar{x} is an ε -feasible solution, in the sense that $g(\bar{x}) \leq \varepsilon$; 2) $f(x) \leq f(\bar{x}) + \eta$ for all ε -feasible solution x .

However this concept of approximation may not be quite adequate, since such an (ε, η) -approximate optimal solution may correspond to an objective function value far from the true optimal value, while being infeasible. We introduce a concept of essential ε -optimal solution, which corresponds to a more appropriate approximation of the global optimal solution, while being stable under small perturbations of the constraints. A general robust solution approach is proposed which can be applied whenever $f, g_i \in X - X$, where X is a family of functions with the following property:

- 1) If $u \in X, \alpha \in R_+$ then $\alpha u \in X$; If $u_1, u_2 \in X$ then $\max \{u_1(x), u_2(x)\} \in X$;
- 2) For any $u \in X$ the set $D = \{x \in R^n \mid u(x) \leq 0\}$ has no isolated point.

This property ensures that the family $\Phi(X) := X - X$ is a vector lattice and if every function f, g_i , involved in problem (P) belongs to $\Phi(X)$ then computing an essential ε -optimal solution reduces to solving a sequence of robust problems of the form $\min \{v(x) \mid u(x) \leq 0\}$ with $u \in X, v \in \Phi(X)$. Examples of X : 1) family of convex functions, 2) family of increasing functions. Numerical examples are discussed to illustrate the approach.

¹ Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

BÁN KÍNH ỔN ĐỊNH CỦA GIÁ TRỊ RIÊNG THUỘC PHẦN BÙ CỦA PHỔ CỦA MỘT MA TRẬN

Hoàng Xuân Vinh¹

Cho $A \in C^{n \times n}$, $D \in C^{n \times l}$, $E \in C^{q \times n}$, $\Delta \in C^{l \times q}$ là các ma trận hệ số phức với số chiều tương ứng.

Với $\lambda \in C \setminus \sigma(A)$ đặt $\tau(A) = \{\lambda \in C \setminus \sigma(A)\}$.

Bài toán: Tìm γ lớn nhất sao cho $\lambda \in C \setminus \sigma(A + D\Delta E)$ khi $\|\Delta\| < \gamma$.

Định nghĩa 1. Số

$$r_\lambda = r_\lambda(A; D; E) = \inf \{ \|\Delta\| : \lambda \in \sigma(A + D\Delta E) \}$$

được gọi là bán kính ổn định phức của giá trị riêng λ .

Định nghĩa 2. Số

$$r_\Omega(A; D; E) := \inf \{ \|\Delta\| : \Delta \in C^{l \times q}, \Omega \cap \sigma(A + D\Delta E) \neq \emptyset \}$$

được gọi là bán kính ổn định của tập Ω .

Chúng tôi đã chứng minh được các định lý sau đây.

Định lý 1.

$$r_\lambda(A; D; E) = \frac{1}{\|E(\lambda I - A)^{-1}D\|}.$$

Định lý 2.

$$r_\Omega(A; D; E) = \inf_{\lambda \in \Omega} \frac{1}{\|E(\lambda I - A)^{-1}D\|} = \frac{1}{\sup_{\lambda \in \Omega} \|E(\lambda I - A)^{-1}D\|}.$$

¹ Ban Toán, Nhà xuất bản Giáo dục